

О СРАВНИТЕЛЬНОЙ ОЦЕНКЕ МОДЕЛЕЙ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЛУНЫ

К настоящему времени известен ряд моделей гравитационного поля Луны, из которых как наиболее полные по числу учитываемых параметров (гармонических коэффициентов разложения потенциала в ряд по шаровым функциям) можно отметить приведенные в работах [8, 10, 11]. При использовании этих моделей для решения теоретических и практических задач, возникающих при исследованиях Луны и окололунного пространства, и интерпретации полученных результатов возникает, естественно, вопрос об их надежности.

В современной практике научных исследований преобладает системный подход к изучению физических объектов, явлений и процессов. В частности, один из наиболее мощных инструментов — модельное описание поведения «плохо организованных систем» [3, с. 5] на основании комплекса прямых или косвенных измерений различных эффектов данной системы. При этом измерения часто отличаются как по методике их исполнения и применяемому оборудованию, так и по физическому содержанию измеряемых эффектов-характеристик системы. Более того, необходимой составной частью модельного описания системы является также принятие той или иной гипотезы о закономерностях изменения характеристик описываемой системы в пространстве и во времени, согласующейся с определенной степенью вероятности с материалами измерений.

Естественно, что построенные на таких началах модели не могут претендовать на исчерпывающую полноту описания физической системы, так как информация о системе, заключенная в модели, содержит погрешности, из которых по происхождению можно выделить следующие:

1. Погрешности модели, обусловленные наличием неизбежных ошибок в комплексе результатов измерений.

2. Погрешности модели, возникающие вследствие определенной «усеченности» модели, неизбежно имеющие место по практическим соображениям (параметрическая простота модели, сопоставимость значений параметров модели с ошибками измерений и т. д.).

3. Погрешности модели, связанные с недостатком информации о физической системе, имеющейся на каждом последовательном этапе ее изучения.

4. Погрешности модели, являющиеся следствием принятия ошибочных гипотез о закономерностях изменения характеристик моделируемой физической системы в пространстве и во времени.

В свете этого не должен вызывать удивления тот факт, что модели одной и той же физической системы — в нашем случае гравитационного поля Луны — построенные на основе различ-

ных комплексов измерений, разных методов математической обработки этих измерений и принятия различных гипотез, отличаются между собой как качественно, так и количественно.

Очевидно, что наилучший критерий надежности модели — ее согласованность с дополнительной независимой, т. е. не использованной в процессе построения модели, информацией, причем минимальность совокупного расхождения всех модельных характеристик изучаемой системы с соответствующими результатами измерений явилась бы необходимым и достаточным признаком оптимальности данной модели.

Однако чаще всего, как это наблюдается и в исследованиях гравитационного поля Луны, необходимая дополнительная информация либо отсутствует, либо получение ее связано с большими затратами материальных средств и времени. В этих случаях, согласно работам [7, 12], некоторая информация об относительной надежности различных моделей одной и той же физической системы может быть получена с помощью их взаимной сравнительной оценки.

Такой сравнительный анализ наиболее полных моделей гравитационного поля Луны [8, 10, 11] был выполнен на основе следующей оценки моделей:

1. непосредственно по гармоническим коэффициентам разложения гравитационного потенциала Луны.

2. по погрешностям модельных свойств (характеристик) * гравитационного потенциала Луны, обусловленным непосредственно погрешностями гармонических коэффициентов моделей.

3. по значениям модельных характеристик гравитационного потенциала Луны.

Оценка моделей непосредственно по их параметрам выполнена с помощью соотношений [7, 12]:

$$\Delta_n = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{m=0}^n (\delta \bar{C}_{nm}^2 + \delta \bar{S}_{nm}^2)};$$

$$\Delta P_n = \sqrt{\frac{\sum_{m=0}^n (\delta \bar{C}_{nm}^2 + \delta \bar{C}_{nm}^2)}{\sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm}'^2 + \bar{S}_{nm}'^2)}} \times 100;$$

$$r_n = \frac{\sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \bar{C}_{nm}' + \bar{S}_{nm} \bar{S}_{nm}')}{\left[\sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm}^2 + \bar{S}_{nm}^2) \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm}'^2 + \bar{S}_{nm}'^2) \right]^{1/2}},$$

* Здесь и в дальнейшем под модельными свойствами (характеристиками) гравитационного потенциала Луны понимали значения ондуляций селеноида, радиальных ускорений силы тяжести и т. п., вычисленные по моделям гравитационного поля Луны [2, с. 73].

где Δ_n — средние квадратические разности гармонических коэффициентов порядка n ; ΔP_n — отношение (в процентах) порядковых дисперсий ошибок и самих коэффициентов; r_n — соответствующие коэффициенты корреляции; $\bar{C}_{nm}$, $\bar{S}_{nm}$, $\bar{C}'_{nm}$, $\bar{S}'_{nm}$ — нормированные значения гармонических коэффициентов попарно сравниваемых моделей; δC_{nm} и δS_{nm} — их соответствующие разности; N — удвоенное число коэффициентов порядка n .

Таблица 1

Значения Δ_n , ΔP_n , r_n , вычисленные по моделям гравитационного поля Луны [8, 10, 11].

n	F—M 1			F—M 2			M 1 — M 2		
	$\Delta_n \cdot 10^4$	ΔP_n , %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^4$	ΔP_n , %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^4$	ΔP_n , %	r_n
2	0,02	4	0,97	0,04	13	0,99	0,05	17	0,99
3	0,04	40	0,93	0,08	72	0,74	0,06	57	0,82
4	0,05	73	0,68	0,08	119	0,44	0,07	87	0,50
5	0,09	133	—0,37	0,12	171	—0,06	0,07	80	0,63
6	0,13	141	—0,41	0,15	172	—0,36	0,11	109	0,14
7	0,11	153	—0,14	0,15	207	—0,24	0,15	129	—0,18
8	0,12	322	—0,34	0,14	369	—0,44	0,13	111	0,29
9	0,11	430	0,18	0,20	771	0,03	0,19	95	0,37
10	0,11	878	—0,14	0,17	1271	—0,37	0,16	96	0,41
11	0,13	426	—0,08	0,16	527	0,27	0,16	96	0,42
12	0,10	741	—0,16	0,12	880	0,00	0,09	78	0,65
13	0,08	582	—0,03	0,10	781	—0,07	0,10	101	0,35
По всем степеням	0,10	151	0,35	0,14	204	0,25	0,13	90	0,49

Значения величин Δ_n , ΔP_n и r_n , приведенные в табл. 1, вычислены для трех моделей гравитационного потенциала Луны: модель M1 по данным авторов работы [10], модель M2 — [11] и модель F — [8].

Оценка моделей по погрешностям модельных характеристик гравитационного потенциала Луны, обусловленным непосредственно погрешностями параметров моделей, выполнена с помощью соотношений для высот селеноида и радиальных составляющих ускорений силы тяжести [9]. Значения средних квадратических ошибок высот селеноида δh и радиальных составляющих ускорения силы тяжести δg_r для моделей M1 и M2 приведены в табл. 2 и 3*. Результаты аналогичной оценки моделей M1 и F, а также M2—F мы не приводим, так как в качественном отношении они мало отличаются от результатов табл. 2 и 3.

* Результаты вычислений приведены только для одного квадранта лунной поверхности, ибо для других квадрантов они аналогичны. Это вызвано тем, что при такой методике оценки моделей не учитывалась корреляция между гармоническими коэффициентами разных порядков.

Оценку моделей по значениям модельных характеристик гравитационного потенциала Луны выполняли следующим образом. В качестве модельной характеристики брали высоты селеноида, рассчитанные по методике [5] для моделей $M1$ и $M2$. Затем по разностям этих высот были найдены [5, 9] средние квадратические уклонения высот селеноида для разных широт видимой и обратной сторон Луны в отдельности и для всей поверхности Луны в целом (рисунок).

Таблица 2

Средние квадратические ошибки высот селеноида, вычисленные по моделям гравитационного поля Луны [10, 11]

$\delta h, \text{ м}$										
$\lambda \backslash \beta$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
80	354	361	377	398	420	439	455	467	474	477
70	189	213	249	262	260	262	273	286	296	300
60	253	295	325	298	284	300	305	304	294	286
50	287	290	311	317	313	327	335	345	348	340
40	369	301	328	360	312	337	341	330	340	327
30	301	302	313	337	303	330	341	325	361	318
20	260	327	258	332	288	294	331	272	347	253
10	304	304	288	322	284	301	306	277	315	262
0	199	189	237	242	231	250	269	277	283	289

Таблица 3

Средние квадратические ошибки радиальных ускорений силы тяжести Луны, вычисленные по моделям [10, 11]

$\delta g_{12}, \text{ мг ал}$										
$\lambda \backslash \beta$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
80	368	377	400	429	458	482	502	518	528	531
70	179	211	256	271	266	263	272	288	302	308
60	242	298	333	296	288	309	309	306	300	291
50	270	287	310	306	310	324	325	337	343	333
40	354	294	334	352	310	340	340	332	346	333
30	292	288	313	322	303	330	333	327	359	325
20	241	312	257	315	275	283	313	257	327	238
10	292	295	296	311	279	302	298	278	310	262
0	194	185	230	237	237	253	271	281	292	298

Результаты выполненных исследований позволяют прийти к следующим предварительным выводам.

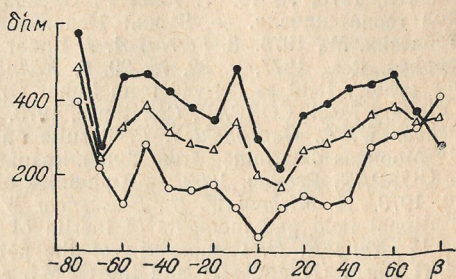
Из оценки моделей по первому способу видно, что расхождения между гармоническими коэффициентами существенно увеличиваются с увеличением их порядка. До четвертого порядка лучше всего согласуются между собой модели $M1$ и F . В остальных случаях нельзя говорить о каком-то согласии параметров моделей. Предпочтение, очевидно, следует отдать

моделям F и $M1$, но выбор между ними при отсутствии дополнительной информации практически невозможен.

При оценке моделей вторым способом полученные результаты дают возможность лишь качественно описать влияние совокупности погрешностей параметров моделей на разные характеристики изучаемой физической системы.

Оценка моделей по третьему способу, с одной стороны, подтверждает полученные вторым способом результаты, а, с другой — показывает, что значения средних квадратических укло-

Средние квадратические уклонения δh высот селеноида на разных широтах β : $\circ$ — для видимой стороны; $\bullet$ — для обратной стороны; $\triangle$ — для всей поверхности.



нений высот селеноида на обратной стороне почти вдвое превосходят их значения для видимой стороны Луны. Это обстоятельство позволяет думать, что при наличии дополнительной информации можно было бы сделать вывод о предпочтительности той из двух сравниваемых моделей, которая одинаково хорошо описывала бы гравитационное поле для столь различных областей Луны.

Приведем, наконец, некоторые соображения общего характера, вытекающие, на наш взгляд, из выполненных здесь и ранее опубликованных [1, 6] исследований.

Вопрос об определении степени надежности моделей одной и той же физической системы может быть решен удовлетворительно только при привлечении к анализу дополнительной независимой информации (о самой системе либо о генерируемых ею свойствах).

Вследствие особенности генерирования тех или иных свойств данной физической системой при оценке ее моделей следует учитывать, что «худшая» в смысле оценки непосредственно по погрешностям ее параметров модель может оказаться наилучшей для описания некоторых отдельных свойств изучаемой системы.

Вопрос, выполнять ли оценку различных моделей одной и той же физической системы по их основным параметрам или по генерируемым модельным свойствам, необходимо решать с учетом задач, стоящих перед исследователем данной физической системы, а также взаимосвязи ошибок различных параметров системы при генерировании того или иного ее модельного свойства.

Список литературы: 1. *Бальмино Дж.* Представление потенциала Земли с помощью совокупности точечных масс, находящихся внутри Земли. — В кн.: Использование искусственных спутников для геодезии, М., 1975. 2. *Буллен К. Е.* Плотность Земли / Пер. с англ. — М.: Мир, 1978. 3. *Жданюк Б. Ф.* Основы статистической обработки траекторных измерений. — М.: Сов. радио, 1978. 4. *Кенлейн В.* Точность геопотенциала и поля его градиентов. — В кн.: Стандартная Земля: Геодезические параметры Земли на 1966 г. М., 1969. 5. *Мещеряков Г. А., Зазуляк П. М.* О гравитационной фигуре Луны. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1978, вып. 27. 6. *Пеллинен Л. П., Остап О. М.* Вопросы совместного использования спутниковых, гравиметрических и астрономогеодезических данных для определения фигуры и гравитационного поля Земли. — Наблюдения искусственных небесных тел, 1975, № 15. 7. *Pann P.* Оценка точности получаемых коэффициентов геопотенциала. — В кн.: Использование искусственных спутников для геодезии. М., 1975. 8. *Ferrari A. J.* Lunar gravity: a harmonic analysis. — J. Geophys. Res., 1977, v. 82, № 20. 9. *Köhnlein W.* On the accuracy of the Moon's gravity field as derived from Lunar Orbiters. — Space Res. XIV, Proc. 16th Plenary Meet. COSPAR, Constance, 1973. Berlin, 1974. 10. *Michael W. H., Blackshear W. T., Gapcynski J. P.* Results on the mass and gravitation field on the Moon as determined from dynamics of lunar satellites. — 12th Plenary Meet. COSPAR, Prague, 1969. — Dynamics of Satellites, ed. by B. Morando, Berlin, 1970. 11. *Michael W. H., Blackshear W. T.* Recent results on the mass, gravitational field and moments of inertia of the Moon. — Moon, 1972, v. 3, № 4. 12. *Rapp R. H.* Comparison of the potential coefficient models of the Standard Earth (II and III) and the GEM 5 and GEM 6. — Bull. geod., 1975, v. 117.

Работа поступила в редколлегию 31 января 1979 года. Рекомендована кафедрой теории математической обработки геодезических измерений Львовского политехнического института.