

6. Недостаточность исследований влияния погрешностей фиксации времени при определении рефракции, в частности, недопечка влияния лично-инструментальной разности. Последнее усугубляется применением в полевой астрономии морально устаревшего и разнотипного оборудования для фиксации времени (маркопечатающих хронографов, импульсных приставок, хронорегистраторов и т. д.).

7. Разнотипность и нестандартность метеорологических приборов, применяемых для описания метеорологической обстановки в моменты наблюдений светил.

В настоящем время экспериментальные исследования астрономической рефракции призваны решать следующие задачи:

непосредственное изучение физики рефракционных явлений в атмосфере;

проверка моделей атмосферы (в том числе таблиц рефракции) и методов учета астрономической рефракции, основанных на этих моделях;

получение надежной информации для решения обратных задач рефракции. На основании изложенного с целью успешного и корректного развития экспериментальных исследований рефракции необходимо разработать единый комплекс требований и рекомендаций по применению астрономических методов экспериментального определения рефракции, учитывающих все перечисленные недостатки.

1. Белзев Н. А. К вопросу определения астрономической рефракции // Астрономический журнал. 1956. Т. 32. Вып. 6. С. 555—562.
2. Васильев Н. А. Определение астрономической рефракции у горизонта в различные периоды // Астрометрия и астрофизика. 1972. Вып. 17. С. 96—107.
3. Заблоцкий Ф. Д., Кричук В. В. Экспериментальные исследования астрономической рефракции на больших зенитных расстояниях в Заполярье // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1976. Вып. 23. С. 28—35.
4. Заблоцкий Ф. Д., Кудаш Л. А. Влияние широты на величину астрономической рефракции в Центральной Антарктиде // Тез. Докл. Всесоюзного совещания по рефракции электромагнитных волн в атмосфере. Томск, 1983. С. 76—78.
5. Зверев М. С. К вопросу о вычислении рефракционных аномалий по аэрометрическим наблюдениям // Астрономический журнал. 1946. Т. 23. Вып. 2. С. 97—110.
6. Кричук В. В. Об аномалиях астрономической рефракции вблизи горизонта // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 1971. Вып. 3. С. 67—71.
7. Кричук В. В. К вопросу влияния личной ошибки на определение времени по наблюдениям Солнца // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1971. Вып. 14. С. 21—28.
8. Кричук В. В., Олейник Н. М. Опыт определения асимметрии астрономической рефракции вблизи горизонта // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1977. Вып. 26. С. 32—39.
9. Коваленко В. А., Маслов Д. И., Рущин М. С. Сидоров И. С. Определение аномалий астрономической рефракции на больших зенитных расстояниях в прибрежном районе // Врашление и приливные деформации Земли. 1984. Вып. 16. С. 47—53.
10. Колчинский И. Г. Рефракция света в земной атмосфере. К., 1967.
11. Колчинский И. Г., Влияние инерции температуры на астрономическую рефракцию // Астрометрия и астрофизика. 1974. Вып. 21. С. 30—37.
12. Коржинская С. В., Тюгерев Г. С., Конторов А. Ф., Ширковский Н. А. Рефракция при наблюдениях земного предмета и звезд // Астрономические исследования. К., 1981. С. 103—107.
13. Нетрометрии. М., 1975. С. 110—116.
14. Редискин Н. Н. Исследование измерительных способов определений углов астрономической рефракции // Рефракция оптических волн в атмосфере. Томск, 1982. С. 155—167.
15. Сергиенко В. И.

О методике определения рефракции в астрометрии // Тез. докл. Всесоюзного научно-практического совещания по проблемам совершенствования аппаратуры, средств и таблиц для определения рефракции электромагнитных волн в земной атмосфере. Иркутск, 11—13.09.1984. Иркутск, 1984. С. 21. 16. Телегин Г. Современное состояние вопроса по изучению астрономической рефракции // Новые идеи в астрометрии. Л., 1978. С. 100—102.

17. Тюгерев Г. С. Аномалии рефракции // Астрономия и геодезия. Томск, 1979. С. 3—23.

18. Шламов В. Г. Проблемы исследования рефракции в астрометрии // Итоги науки и техники. Сер. астрономия. 1983. Т. 23. С. 61—101.

19. Телегин Г. С. Астрономия и геодезия. 1981. Dordrecht Syst. 6th. Eur. Reg. Meet. Astron. Dubrovnik. Oct. 19—23. 1981. Dordrecht. 1982. P. 455—462.

Статья поступила в редакцию 18.03.86

УДК 528.51

Л. А. ЗАБРОДИН, А. В. ЮСЬКЕВИЧ

## ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПЛАНИРОВАНИЯ РАДИОДАЛЬНОМЕРА ТРАП-1 ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ РАДИОДАЛЬНОМЕРА ТРАП-1

В завершающей стадии разработки радиодальномера ТРАП-1 исследовалось влияние различных блоков, входящих в состав радиодальномера, на такую важную его характеристику, как погрешность измерения. Цель исследований — определение блоков дальномера, имеющих доминирующее влияние на ошибку измерения. В качестве переменных факторов в эксперименте использовали блок СВЧ, усилитель промежуточной частоты, усилитель низкой частоты, блок квадрцевого генератора, блок автоподстройки несущей и масштабных частот, фазометр, а также выбор измеряемого расстояния и несущей частоты, изменяющейся в небольших пределах.

Исследование влияния каждого блока в отдельности по классической схеме требует проведения очень большого объема экспериментальных измерений. Кроме того, такой подход не дает возможности выявить взаимодействия между отдельными факторами. Применение статистических методов планирования и обработки многофакторных экспериментов позволило значительно сократить объем работ и повысить их надежность.

Задачу эксперимента сформулируем следующим образом: необходимо найти математическую модель поверхности отклика  $y = f(x_1, \dots, x_n)$  и произвести количественную оценку влияния различных блоков (факторов) на погрешность измерения дальности. Таким образом, поставлена задача интерполяции, поэтому математическую модель поверхности отклика определяем интерполяционной формулой.

Исследования радиодальномера проводили на трех базисах, длины которых известны с погрешностью  $M = (5+1.10^{-6}D) \text{ мм}$ . Погрешность результата измерения в  $i$ -м опыте

где  $D_i$  — результат измерения радиодальномером;  $D_{\text{ам}}$  — эта-  
лонная длина базиса.

Длины базисов (1,2, 6,1 и 12,1 км) расположены равномерно в диапазоне дальности действия радиодальномера. Подстилающая

Поверхность в них одинакова. Для изучения влияния длины линий на погрешность ее измерения радиодальномером длина линии включена восьмым фактором в эксперимент.

$x_1$  — несущая частота,  $x_2$  — блок СВЧ,  $x_3$  — блок УПЧ,  $x_4$  — блок УНЧ,  $x_5$  — блок квадрового генератора (КГ),  $x_6$  — блок АПЧ,  $x_7$  — блок фазометра,  $x_8$  — длина измеряемой линии.

Применяя кодовые обозначения, поставим в соответствие параметрическим значениям переменных  $x_i$  варьируемых факторов их кодовые обозначения уровней варьирования, как это показано в табл. 1.

Таблица  
Уровни факторов и их кодовые  
обозначения

Уровни обозначения	Факторов и их кодовые обозначения	План эксперимента и наблюдаемые значения функции отклика
--------------------	-----------------------------------	--

ГИА

План эксперимента и наблюденные значения функции отклика								Таблица 2			
Номер опыта	$x_1$ ( $\Gamma^{\text{ГД}}$ )	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_{\text{вн}}$ , м	$y$ (м)	0	0
1	8,75	0	0	0	0	0	0	1220,26	+0,1	1	2
2	8,75	1	1	1	1	1	1	1220,26	+0,58	0	0
3	8,75	2	2	2	2	2	2	1220,26	-1,67	1	2
4	8,783	0	1	2	1	2	1	1220,26	-0,27	0	2
5	8,783	1	1	2	0	2	0	1220,26	-0,56	2	0
6	8,783	2	2	0	1	0	1	1220,26	-0,07	1	0
7	8,75	0	1	0	2	2	1	6131,73	+0,15	0	1
8	8,75	1	2	1	0	0	2	6131,73	-0,06	2	2

В эксперименте рассмотрим только главные эффекты, при этом математическая модель функции отклика имеет вид

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2^{(0)} x_2^{(0)} + b_2^{(1)} \mathbf{x}_2^{(1)} + b_2^{(2)} \mathbf{x}_2^{(2)} + b_3^{(0)} x_3^{(0)} + \\ + b_3^{(1)} x_3^{(1)} + b_3^{(2)} x_3^{(2)} + b_4^{(0)} x_4^{(0)} + b_4^{(1)} x_4^{(1)} + b_4^{(2)} x_4^{(2)} + b_5^{(0)} x_5^{(0)} + \\ + b_5^{(1)} \mathbf{x}_5^{(1)} + b_5^{(2)} \mathbf{x}_5^{(2)} + b_6^{(0)} x_6^{(0)} + b_6^{(1)} x_6^{(1)} + b_6^{(2)} x_6^{(2)} + \\ + b_7^{(0)} x_7^{(0)} + b_7^{(1)} x_7^{(1)} + b_7^{(2)} x_7^{(2)} + b_8 x_8. \quad (2)$$

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2^{(0)} x_2^{(0)} + b_2^{(1)} x_2^{(1)} + b_2^{(2)} x_2^{(2)} + b_3^{(0)} x_3^{(0)} + b_3^{(1)} x_3^{(1)} + b_3^{(2)} x_3^{(2)} + b_4^{(0)} x_4^{(0)} + b_4^{(1)} x_4^{(1)} + b_4^{(2)} x_4^{(2)} + b_5^{(0)} x_5^{(0)} + b_5^{(1)} x_5^{(1)} + b_5^{(2)} x_5^{(2)} + b_6^{(0)} x_6^{(0)} + b_6^{(1)} x_6^{(1)} + b_6^{(2)} x_6^{(2)} +$$

Матрица плана  $D_x$  вместе с наблюденными значениями  $y$  представлена в табл. 2.

Обработку результатов измерения и вычисления коэффициентов регрессионной модели проведем по методике, изложенной в

Пусть  $x_{in}$  — значение, которое принимает переменная  $x_i$  в  $n$ -й точке плана. Тогда функцию  $f_{ij}(x_i)$  (где  $i$  — номер переменной  $j$  — показатель степени переменной) выбираем таким образом чтобы выполнялись следующие условия:

2.  $\sum_{n=1}^N f_{ij}(x_{in})$  — сумма для всех  $i$  и  $j$ , где  $i$  — номер переменной (фактора);  $n$  — номер точки плана;  $N$  — число точек плана

Поскольку мы рассматриваем только главные эффекты, то исходя из условия 1, запишем

$$f_{ii}(x_i) = K_i(x_i + A_i), \quad (4)$$

где по условию 2

$$A_i = -\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_{in}, \quad (5)$$

Определим константы  $A_i$  для нашего эксперимента

$$A_1 = -\frac{1}{18} (x_{1,1} + \dots + x_{1,18}) = -8,7665,$$

$$A_2 = -\frac{1}{18} (x_{2,1} + \dots + x_{2,18}) = -1,$$

Таблица 3  
Вычисленные  
значения  
 $x_i$  и  $x_i + A_i$

$$A_3 = A_4 = A_5 = A_6 = A_7 = -1,$$

$$A_8 = -6,488 \frac{23}{150} = -6488,15.$$

Аналогично  
определим для каждого  $x_i$  значение выражения  $(x_i + A_i)$ . Результаты вычислений даны в табл. 3.

Значения  $K_i$  в (4) выбирают так, чтобы  $f_{i,1}$  были наименьшие целые числа. Таким образом, выбираем  $K_1 = 60,61$ ;  $K_2 = K_3 = K_4 = K_5 = K_6 = K_7 = 1$ ,  $K_8 = 0,0028$ . Отсюда значения независимых переменных составляют

$$x_1 = f_{11}(x_1) = \begin{cases} -1 \\ +1 \end{cases}; \quad (6)$$

$$x_2 = f_{21}(x_2) = x_3 = f_{31}(x_3) =$$

$$= \dots = x_7 = f_{71}(x_7) = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases}; \quad (7)$$

$$x_8 = f_{81}(x_8) = \begin{cases} -15 \\ -1 \\ +1 \end{cases}. \quad (8)$$

С учетом выше сказанного регрессионное уравнение (2) можно записать в следующем виде:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^8 \hat{\beta}_i x_i + 0,0258 x_5 - 0,297 x_6 - 0,1625 x_7 + 0,00002766 x_8. \quad (13)$$

где

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\sum_{i=1}^{18} y_i}{18}, \quad (10)$$

<sup>a</sup> значения  $x_1, \dots, x_8$  определены соответственно выражениями  
(6)–(8). Матрицу независимых переменных в этом случае запишем

$$\chi = \begin{vmatrix} +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -15 \\ +1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -15 \\ +1 & -1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & -15 \\ +1 & +1 & -1 & 0 & -1 & +1 & 0 & +1 \\ +1 & +1 & 0 & 0 & +1 & -1 & 0 & -15 \\ +1 & -1 & 0 & +1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & +1 & +1 & -1 & 0 & -1 \\ +1 & +1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \quad (11)$$

Значения регрессионных коэффициентов получим, разделив скалярное произведение столбца наблюдений и соответствующего столбца матрицы независимых переменных  $\mathbf{X}$  на скалярный квадрат этого же столбца матрицы  $\mathbf{X}$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^N f_i(x_{1n} \dots x_{mn}) y_n}{\sum_{i=1}^N [f_i(x_{1n} \dots x_{mn})]^2}, \quad (12)$$

где  $y_n$  — наблюдение в  $n$ -й точке плана.

Произведя вычисления по уравнению (12) и подставляя результаты (11), получаем следующее регрессионное уравнение:

$$\hat{y} = -0,234 + 0,04446 x_1 - 0,266 x_2 + 0,0075 x_3 - 0,238 x_4 + 0,0258 x_5 - 0,297 x_6 - 0,1625 x_7 + 0,00002766 x_8. \quad (13)$$

Из полученного выражения (13) можно сделать вывод, что на ошибку измерения расстояния радиодальномером ТРАП-1 наибольшее влияние оказывает блок СВЧ ( $\beta_2 = 0,266$ ), блок УНЧ ( $\beta_4 = 0,238$ ), блок подстроек ( $\hat{\beta}_6 = 0,297$ ) и фазометр ( $\hat{\beta}_7 = 0,1625$ ). Такие факторы, как значение несущей частоты в заданном диапазоне перестройки  $\Delta f = 33$  Мгц ( $\hat{\beta}_1 = 0,04446$ ), блок УПЧ ( $\hat{\beta}_3 = 0,0075$ ) и блок кварцевого генератора ( $\hat{\beta}_5 = 0,0258$ ) слабо влияют на ошибку измерения, а изменение измеряемого расстояния практически не влияет на эту ошибку.

Полученные данные хорошо согласуются и с физическими представлениями о процессах, происходящих в радиодальномере. Дальнейший анализ выявленных в процессе эксперимента блоков показал, что блок подстроек неоптимально согласован с блоком УПЧ, в блоке СВЧ наблюдаются разбросы по КСВ как на приеме, так и на передачу, а в блоке УНЧ основное влияние на ошибку оказывают имеющиеся там схемы фазовой автоподстройки разностной частоты.

Отсутствие влияния измеряемого расстояния на ошибку измерения, очевидно, объясняется тем, что частота кварцевого генератора не отклоняется от номинала, а точность измерения разности фаз в данном дальномере мало зависит от мощности поступающего на станцию сигнала.

Незначительное влияние несущей частоты на точность измерений в этом эксперименте вполне закономерно. Трассы трех базисов, на которых выполнены измерения, равнинны и имеют сплошной растительный покров (пашня).

*1. Бродский В. З. Многофакторные регулярные планы. М., 1972. 2. Таблицы планов экспериментов для факторных и полиномиальных моделей. М., 1982.*

Статья поступила в редакцию 30.01.86

УДК 523.3

## П. М. ЗАЗУЛЯК, А. Л. ЦЕРКЛЕВИЧ АППРОКСИМАЦИЯ СЕЛЕНОПОТЕНЦИАЛА СОВОКУПНОСТЬЮ ТОЧЕЧНЫХ МАСС С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ОДНОМЕРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

В последнее время при описании гравитационных полей наряду с традиционным разложением потенциала по шаровым функциям широкое распространение получило его представление с помощью потенциалов совокупности точечных масс. Самый удобный и наиболее легко реализуемый способ определения параметров

точечных масс состоит в равномерном их распределении на поверхности сферы оптимального радиуса, причем значения масс точечных источников вычисляются из решения несовместной системы линейных уравнений по методу наименьших квадратов.

Ниже рассмотрено построение многоточечных моделей гравитационного поля Луны с использованием методики, описанной в [2]. Эта методика в отличие от указанного выше подхода не сводится к непосредственному решению систем уравнений, из которых определяют параметры точечных масс.

Разбьем тело Луны на  $N$  сферических пирамид, вершины которых совпадают с центром ее масс, а основания оконтурены линиями координатной сетки в соответствии с равномерной разграфкой\*. Считая внешний гравитационный потенциал Луны заданным в виде гармонических коэффициентов  $\bar{c}_{nm}$ ,  $\bar{s}_{nm}$  модели сelenopotенциала, точечную массу, выраженную в долях массы Луны, определим по формуле

$$m_i = \omega_i \Delta \delta_i / 4\pi \delta_0, \quad (1)$$

где

$$\Delta \delta_i = \delta_0 [(R_i/R_0)^3 - 1]; \quad (2)$$

$$R_i = R_0 / \omega_i \left[ 1 + \sum_{n=2}^N \sum_{m=0}^n (\bar{a}_{nm} \bar{A}_{nm} + \bar{b}_{nm} \bar{B}_{nm}) \right]; \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\bar{a}_{nm}}{\bar{b}_{nm}} \Bigg\} &= \frac{2n+1}{3} \left\{ \frac{\bar{c}_{nm}}{\bar{s}_{nm}} \right\}; \\ \bar{A}_{nm} \Bigg\} &= \int_{\omega_i} \bar{P}_{nm}(\cos \vartheta) \left\{ \cos m\lambda d\omega \right. \\ \bar{B}_{nm} \Bigg\} &= \int_{\omega_i} \bar{P}_{nm}(\cos \vartheta) \left. \sin m\lambda d\omega. \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $\delta_0$  и  $R_0$  — средние плотность и радиус Луны;  $d\omega = \sin \vartheta d\vartheta d\lambda$  — элемент площади единичной сферы;  $\omega_i$  — площадь основания  $i$ -й пирамиды;  $\bar{a}_{nm}$ ,  $\bar{b}_{nm}$  — коэффициенты разложения рельефа однородной планеты;  $\bar{P}_{nm}(\cos \vartheta)$  — нормированные при соединенные функции Лежандра  $\vartheta$ ,  $\lambda$  — полярное расстояние и долгота.

Предположим, что массы пирамид  $m_i$  сосредоточены в центрах их оснований и находятся на некотором радиусе  $\rho_i = R_i/R_0$  от центра масс Луны. Вычисляем эти радиусы в два этапа, используя метод одномерной оптимизации. Сначала найдем значение оптимального радиуса сферы  $\rho = R_0 p / R_0$  из условия

$$\sum_{j=1}^N |\Delta \bar{N}_j - \Delta \bar{N}_j^*(\rho)|^2 = \min, \quad (6)$$

где  $\Delta \bar{N}_j$  и  $\Delta \bar{N}_j^*(\rho)$  — значения ондуляций уровенной поверхности, вычисляемые для  $j$ -й точки, находящейся в центре основания  $j$ -й пирамиды, по формулам

\* Возможна равновесная или произвольная разграфка в соответствии с выраженнымами экстремумами поля силы тяжести.