

К ВОПРОСУ ТОЧНОСТИ НЕСВОБОДНЫХ СЕТЕЙ ТРИЛАТЕРАЦИИ

Закономерности накопления погрешностей в свободных сетях трилатерации изучены достаточно полно [2—4, 6]. Этому вопросу в несвободных сетях пока уделено мало внимания. Исследована точность несвободных рядов трилатерации [1] и точность дирекционных углов в несвободных сетях трилатерации [5]. Проведенные нами исследования посвящены изучению накопления погрешностей в несвободных сетях трилатерации.

Рассмотрим макеты сетей трилатерации, имеющие прямоугольное очертание, т. е. расположенные как бы внутри прямоугольника, и построенные из равнобедренных треугольников (см. рисунок). Примем, что в сетях имеются четыре исходных ограниченных в вершинах пункта, расположенных в вершинах прямоугольника, и два исходных дирекционных угла. На рисунках исходные пункты обозначены треугольниками, а стороны с исходными дирекционными углами — двойными линиями.

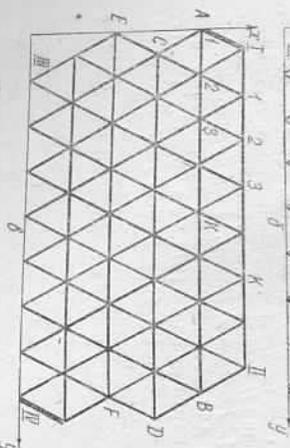
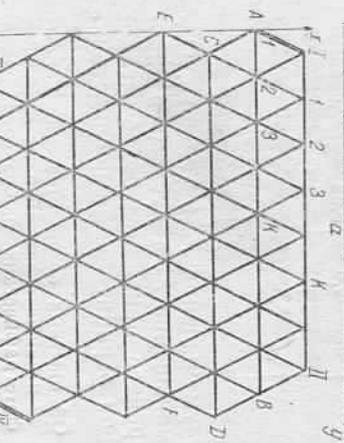


Схема несвободных сетей
а) — из трех рядов; б) — из пяти рядов; в) — из семи рядов треугольников.

Первым эквивалентом сплошной несвободной сети принята сеть, состоящая из трех рядов треугольников. Далее рассматривалась сеть из пяти рядов и, наконец, сеть из семи рядов. Это позволило выявить влияние числа рядов n , из которого состоит сеть, на точность положения пунктов.

При любом числе рядов в сети ее конфигурация выбирается такой, чтобы в каждой ее двукратном ряду было одинаковое число центральных систем. Обозначим его N . Для выявления влияния числа фигур в одном ряду сетей на точность положения пунктов рассматриваем трех-, пяти- и семикратные ряды, в которых $N=5, 10, 15, 20$ и 25 . Таким образом исследовано всего 15 макетов сети.

Точность положения пунктов сетей характеризовалась средними квадратическими ошибками координат. Чтобы ошибки координат практически совпадали с продольными и поперечными сдвигами пунктов, этими наиболее показательными характеристиками точности их положения, исследуемые сети ориентированы вдоль оси ординат (см. рисунок). При этом средняя квадратическая ошибка абсцисс практически равна продольному, а ошибка ординат — поперечному сдвигам пункта.

Средние квадратические ошибки координат оцениваемых пунктов вычисляем по обратным весам, определенным коррелятным способом с использованием ЭВМ по составленной нами программе.

Для каждого макета сети составлены все возникающие в нем условные уравнения: $N(n-1)$ условных уравнений центральных систем, шесть условных уравнений координат и одно условное уравнение дирекционных углов. В первом из пяти макетов сети из трех рядов возникает 17, во втором — 27, третьем — 37, четвертом — 47 и пятом — 57 условных уравнений. В макетах сетей, из пяти рядов их число соответственно равно 27, 47, 67, 87 и 107, а в макетах сети из семи рядов — 37, 67, 97, 127 и 157.

Проводим оценку точности только тех пунктов, которые рассматривались в верхней половине сети. В трехкратных рядах оцениваем пункты диагоналей I II и AB, в пятикратных — I II, AB и CD, а в семикратных — I II, AB, CD и EF. Благодаря симметричному строению сетей, результаты, полученные для их верхней половины, можно распространить и на их нижнюю часть.

В сетях с $N=5$ и 10 оцениваем все пункты верхней половины сетей. В сетях с $N=15$ и 20 оцениваем на каждой диагонали по три крайних пункта слева и справа и пять пунктов, расположенных посредине диагоналей. А при $N=25$ кроме этих пунктов оцениваем по два пункта, удаленных от левого и правого краев сети примерно на четверть длины диагонали. Таким образом, в первом макете сети из трех рядов треугольников к условным уравнениям присоединялись 22, во втором 42, третьем 44, четвертом 44 и пятом 60 весовых функций. В макетах сетей из пяти рядов число весовых функций соответственно равно 36, 66, 66, 66 и 107, а в макетах сетей из семи рядов — 50, 88, 88, 88 и 120.

Выявленные закономерности в образовании элементов матрицы коэффициентов нормальных уравнений и векторов «нормальных» весовых функций [5] позволили составить программы, формирующие их. Общая программа для проведения вычислений построена следующим образом. Задавались размеры сети, т. е. n и N . Соответственно этим значениям машина формировала матрицу коэффициентов нормальных уравнений. Далее проводилась вычисления для исключения неизвестных из системы нормальных уравнений. Результаты их помещаются в верхней треугольной части матрицы. В нижней треугольной ее части записываются вспомогательные величины, позволяющие провести исключение неизвестных из «нормальных» весовых функций. На этом заканчиваются вычисления первой части программы.

Во второй части программы задан номер K оцениваемого пункта диагоналей I II и на его основании машина формирует вектор коэффициентов «нормальной» весовой функции абсциссы K -го пункта. Он присоединяется как последний столбец к матрице, полученной после выполнения первой части программы. В присоединенном столбце проводится вычисления, связанные с исключением неизвестных из данной «нормальной» весовой функции.

Таблица 1

Средние квадратические ошибки координат пунктов трехкратного ряда

$\mu=1$ см		Диагональ III		Диагональ AB	
K	m_x	m_y	K	m_x	m_y
1	1,2	0,8	1	0,8	0,4
2	1,5	1,0	2	0,8	0,8
3	1,8	1,1	3	1,2	0,9
4	1,9	1,1	4	1,5	0,9
5	2,03	1,14	5	1,8	1,0
6	2,00	1,13	6	1,94	1,02
7	1,9	1,1	7	1,95	1,02
8	1,6	1,0	8	1,7	1,0
9	1,3	0,8	9	1,4	0,9
			10	0,9	0,8
			11	0,9	1,0
			12	0,9	1,0

Средние квадратические ошибки координат пунктов пятикратного ряда

$\mu=1$ см		Диагональ III		Диагональ AB		Диагональ CD	
K	m_x	m_y	K	m_x	m_y	m_x	m_y
1	1,2	0,8	1	0,8	0,5	0,9	1,1
2	1,4	1,0	2	0,9	0,8	1,0	1,0
3	1,5	1,1	3	1,2	0,9	1,2	1,0
4	1,6	1,13	4	1,3	1,0	1,3	1,0
5	1,63	1,14	5	1,4	1,0	1,45	0,98
6	1,62	1,13	6	1,49	1,02	1,46	0,98
7	1,6	1,1	7	1,51	1,02	1,41	1,0
8	1,4	1,0	8	1,46	1,01	1,4	1,0
9	1,2	0,8	9	1,4	1,0	1,2	1,0
			10	1,2	0,9	1,0	1,0
			11	0,9	0,9	0,9	1,1
			12	1,0	1,1	1,2	1,5

измерения сторон равна 1 см. Поэтому полученные результаты можно рассматривать как соотношения ошибок координат к ошибкам измерения сторон.

В табл. 1—3 приведены ошибки координат пунктов сетей из трех, пяти и семи рядов только для вариантов с $N=10$ и 25.

Проведенные исследования позволили сделать такие выводы:

1. Точность положения пунктов в несвободных сетях трилассовой рации значительно выше, чем в свободных. Так, в трехкратном

Таблица 3

Средние квадратические ошибки координат пунктов семикратного ряда

$\mu=1$ см		Диагональ III		Диагональ AB		Диагональ CD		Диагональ EF	
K	m_x	m_y	K	m_x	m_y	m_x	m_y	m_x	m_y
1	1,3	0,8	1	0,8	0,5	1,0	1,1	1,4	1,3
2	1,4	1,0	2	0,9	0,8	1,0	1,2	1,5	1,1
3	1,5	1,1	3	1,2	0,9	1,2	1,0	1,1	1,1
4	1,51	1,15	4	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	1,0
5	1,52	1,17	5	1,3	1,0	1,29	1,01	1,2	1,0
6	1,51	1,16	6	1,37	1,05	1,31	1,01	1,28	1,00
7	1,5	1,1	7	1,37	1,05	1,30	1,01	1,28	1,00
8	1,4	1,0	8	1,34	1,04	1,3	1,0	1,25	1,00
9	1,3	0,8	9	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	1,0
			10	1,2	1,0	1,0	1,1	1,1	1,1
			11	0,9	0,9	1,0	1,2	1,0	1,1
			12	1,0	1,2	1,3	1,5	1,1	1,3

$N=10$		Диагональ III		Диагональ AB	
K	m_x	m_y	K	m_x	m_y
1	1,2	0,8	1	0,8	0,4
2	1,5	1,0	2	0,8	0,8
3	1,8	1,1	3	1,2	0,9
4	1,9	1,14	4	1,5	0,9
5	2,03	1,14	5	1,8	1,0
6	2,00	1,13	6	1,94	1,02
7	1,9	1,1	7	1,95	1,02
8	1,6	1,0	8	1,7	1,0
9	1,3	0,8	9	1,4	0,9
			10	0,9	0,8
			11	0,9	1,0
			12	0,9	1,0

$N=25$

$N=25$		Диагональ III		Диагональ AB	
K	m_x	m_y	K	m_x	m_y
1	1,3	0,9	1	0,8	0,5
2	1,6	1,1	2	0,9	0,8
3	2,0	1,3	3	1,3	0,9
4	3,5	1,5	4	1,7	1,2
6	4,0	1,60	6	2,7	1,2
7	4,0	1,60	7	3,2	1,2
12	5,23	1,60	13	5,18	1,42
13	5,25	1,60	14	5,25	1,42
14	5,20	1,6	15	5,22	1,42
19	3,7	1,5	22	3,0	1,2
20	3,3	1,5	23	2,6	1,1
22	2,3	1,3	25	1,5	1,9
23	1,8	1,1	26	0,9	0,9
24	1,4	0,9	27	0,8	1,0

$N=10$

$N=10$		Диагональ III		Диагональ AB		Диагональ CD	
K	m_x	m_y	K	m_x	m_y	m_x	m_y
1	1,2	0,8	1	0,8	0,5	0,9	1,1
2	1,4	1,0	2	0,9	0,8	1,0	1,0
3	1,5	1,1	3	1,2	0,9	1,2	1,0
4	1,6	1,13	4	1,3	1,0	1,3	1,0
5	1,63	1,14	5	1,4	1,0	1,45	0,98
6	1,62	1,13	6	1,49	1,02	1,46	0,98
7	1,6	1,1	7	1,51	1,02	1,41	1,0
8	1,4	1,0	8	1,46	1,01	1,4	1,0
9	1,2	0,8	9	1,4	1,0	1,2	1,0
			10	1,2	0,9	1,0	1,0
			11	0,9	0,9	0,9	1,1
			12	1,0	1,1	1,2	1,5

$N=25$

$N=25$		Диагональ III		Диагональ AB		Диагональ CD		Диагональ EF	
K	m_x	m_y	K	m_x	m_y	m_x	m_y	m_x	m_y
1	1,3	0,8	1	0,8	0,5	1,0	1,1	1,3	1,4
2	1,6	1,1	2	0,9	0,8	1,1	1,0	1,4	1,2
3	2,0	1,3	3	1,2	1,0	1,2	1,0	1,1	1,1
4	3,5	1,5	4	1,7	1,2	1,7	1,0	1,1	1,1
6	4,0	1,60	6	2,7	1,2	3,2	1,1	1,1	1,1
7	4,0	1,60	7	3,2	1,2	3,7	1,2	1,1	1,1
12	5,23	1,60	13	5,18	1,29	5,39	1,23	2,28	1,21
13	5,25	1,60	14	5,25	1,29	5,39	1,23	2,39	1,21
14	5,20	1,6	15	5,22	1,29	5,38	1,22	2,38	1,21
19	3,7	1,5	22	3,0	1,2	1,5	1,1	1,7	1,1
20	3,3	1,5	23	2,6	1,1	1,4	1,1	1,5	1,1
22	2,3	1,3	25	1,5	1,0	1,1	1,1	1,1	1,1
23	1,8	1,1	26	0,9	1,0	1,0	1,2	1,0	1,2
24	1,4	0,9	27	0,8	1,2	1,3	1,6	1,1	1,4

После этого последний элемент столбца матрицы равен обратному весу сформированной весовой функции, т. е. абсциссы K -го пункта диагоналей I II. Далее происходит изменение номеров пункта K и формируются все весовые функции абсцисс, вычисляются их веса, а затем так же — веса ординат этих же пунктов.

Далее проводятся определения обратных весов абсцисс и ординат пунктов остальных диагоналей в данном макете сети. По полученным из ЭВМ весам вычислены средние квадратические ошибки. При этом принято, что средняя квадратическая ошибка

несвободном ряду с $N=10$ (21—22 треугольника в ряду) предельная ошибка положения пункта только в 2,3 раза больше ошибки измерения сторон, а в свободном — в 17 раз. В пятикратном ряду с $N=10$ они больше соответственно в 2 и в 15 раз.

2. Соотношение сдвигов пунктов в несвободных сетях тоже значительно меньше, чем в свободных. Так, в трехкратном несвободном ряду соотношение поперечного и продольного сдвигов наиболее слабого пункта при $N=10$ равно 2,0 а при $N=25$ — 3,7. В такой же сети из семи рядов эти соотношения соответственно равны 1,5 и 2,0. В свободных сетях из трех, пяти и семи рядов при

$N=10$ поперечный сдвиг наиболее слабого пункта в 8 раз больше продольного, а при $N=25$ — в 16,5 раза.

3. Наиболее слабыми при любом числе рядов в сети являются пункты, расположенные на середине диагоналей. Ошибки координат пунктов медленно возрастают при движении от края к середине диагоналей.

4. При увеличении числа рядов в сети с 3 до 5 ошибки положения слабых пунктов уменьшились на 15% при $N=10$ и на 36% при $N=25$, с увеличением их с пяти до семи уменьшение ошибок положения пунктов составляет 4 и 18%. Поэтому можно предположить, что дальнейшее увеличение числа рядов в сети при $N < 15$ не приведет к существенным изменениям в значениях ошибок положения пунктов. При $N < 15$ ошибки положения пунктов в сетях с числом рядов больше семи будут на 8...10% меньше.

В заключение можно сказать, что в сплошных несводных сетях трилатерации ошибки положения наиболее слабых пунктов только в два-три раза больше ошибок измерения сторон.

Исследованные сети трилатерации близки по своему построению к сетям 2 класса, зато почти полностью 1 класса. Поэтому полученные результаты можно использовать при проектировании сетей трилатерации 2 класса, а также в других случаях, когда создаются сети трилатерации, опирающиеся на пункты более высокого класса.

1. Бронштейн Г. С., Сафонов А. С. Аппроксимация формул для оценки точности ряда трилатерации // Геодезия и картография. 1974. № 1. С. 12—15.
2. Захаровский А. В. Оценка точности линейных триангуляций // Науч. зап. Львов. политехн. ин-та. Сер. геол. 1959. № 5. С. 3—33.
3. Костецкая Я. М. К вопросу оценки точности сплошных сетей трилатерации // Геодезия, картография и аэрофотоосъемка. 1967. Вып. 6. С. 25—42.
4. Костецкая Я. М. О точности дирекционных углов в сплошных сетях трилатерации // Геодезия, картография и аэрофотоосъемка. 1974. Вып. 20. С. 45—50.
5. Костецкая Я. М. О точности дирекционных углов в несводных сетях трилатерации // Геодезия, картография и аэрофотоосъемка. 1986. Вып. 43. С. 41—47.
6. Проворова К. Д. Точность элементов сети линейной триангуляции // Тр. НИИГАНК. 1958. Т. 11. С. 56—64.

Статья поступила в редколлегию 07.04.86

УДК 561.24:528

А. Г. ЛИСОВЕЦ, А. А. НИКОНОВ, В. А. СКРЫЛЬ

ВАРИАНТ КАРТЫ СОВРЕМЕННЫХ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ ЗЕМНОЙ КОРЫ КАРПАТО-БАЛКАНСКОГО РЕГИОНА НА ОСНОВЕ МЕТОДА КОЛЛОКАЦИИ

При картографическом изображении современных вертикальных движений земной коры мы сталкиваемся с такими важными проблемами, как единообразное отражение на площади различных по точности и времени интервалов исходных данных (1), вы-

деление в измеренных величинах именно тектонической составляющей движений (II), адекватное изображение полученных дискретных значений скорости в виде поля скоростей движений (III).

Мы затрагиваем только последнюю проблему с целью поделиться опытом использования статистического метода (метода коллокации) для представления результатов измерений в виде поля скоростей.

Существующие карты современных вертикальных движений земной коры (СВДЗК) основаны на точных геодезических данных. Таковы карта Восточной Европы, 1973 [2] и карта Карпато-Балканского региона, 1979 [11].

Наши исследования относятся к территории Карпато-Балканского региона. Выбор региона объясняется двумя главными причинами.

Во-первых, для региона имеется карта современных вертикальных движений, специально составленная по согласованной программе [8, 9, 11]. Во-вторых, именно в Паннонском бассейне и окружающих горах полученные значения вертикальных перемещений поверхности скорее всего отражают собственно тектонические унаследованные движения. Такое заключение основывается на исследованиях ковариационных функций ошибок измерений [12], с одной стороны, и хорошей корреляции поля современных вертикальных движений, новейших движений и ряда геофизических параметров — с другой [11]. Иными словами, в этом регионе более чем в других районах Восточной Европы карта современных движений отражает движения земной коры. Поэтому Карпато-Балканский регион представляется наиболее подходящим для преобразования первоначальных дискретных значений скорости вертикальных движений в приближающееся к реальному полю скоростей движений земной коры. Использован фактический материал с карты СВДЗК Карпато-Балканского региона (1979, масштаб 1:1000000) под редакцией доктора И. Йоо [11] в виде 249 узловых пунктов со значениями скорости вертикальных движений. Точность измерений и расчеты скорости движений в этих пунктах приводятся в объяснительных записках к картам [8, 9] и дополняются в объяснительных записках к картам [8, 9] и дополняются не рассматриваются. Мы сосредоточим внимание на способах перехода от точечных значений скорости современных вертикальных движений земной коры к представлению их в виде поля скоростей.

На карте СВДЗК Карпато-Балканского региона, как и на большинстве других карт, переход от точечных значений скорости к площадному изображению в виде изолиний скорости осуществлен традиционным способом. Он заключается в линейной интерполяции точечных значений скорости вдоль линий повторного измерения и последующей свободной экстраполяции значений между этими линиями. Практически изолинии проводят вручную способом кто-либо из исследователей в соответствии с морфоструктурными особенностями территории. При таком варианте изображения на карте поля скоростей современных вертикальных