

$N=10$  попеченный сдвиг наиболее слабого пункта в 8 раз больше продольного, а при  $N=25$  — в 16,5 раза.

3. Наиболее слабыми при любом числе рядов в сети являются пункты, расположенные на середине диагоналей. Ошибки координат пунктов медленно возрастают при движении от края к середине диагоналей.

4. При увеличении числа рядов в сети с 3 до 5 ошибки положения слабых пунктов уменьшились на 15% при  $N=10$  и на 36% при  $N=25$ , с увеличением их с пяти до семи уменьшение ошибок положения пунктов составляет 4 и 18%. Поэтому можно предположить, что дальнейшее увеличение числа рядов в сети при  $N < 15$  не приведет к существенным изменениям в значениях ошибок положения пунктов. При  $N < 15$  ошибки положения пунктов в сетях с числом рядов больше семи будут на 8...10% меньше.

В заключение можно сказать, что в сплошных несвободных сетях трилатерации ошибки положения наиболее слабых пунктов только в два-три раза больше ошибок измерения сторон. Исследованные сети трилатерации близки по своему построению к сетям 2 класса, заполняющим полигоны 1 класса. Поэтому полученные результаты можно использовать при проектировании сетей трилатерации 2 класса, а также в других случаях, когда создаются сети трилатерации, опирающиеся на пункты более высокого класса.

1. Бронштейн Г. С., Садиков А. С. Апроксимация формул для оценки точности ряда трилатерации // Геодезия и картография. 1974. № 1. С. 12—15.
2. Заводовский А. В. Оценка точности линейных триангуляций // Науч. зап. Львов. политехн. ин.-та. Сер. геодез. 1959. № 5. С. 3—33.
3. Костецкая Я. М. К вопросу оценки точности сплошных сетей трилатерации // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1967. Вып. 6. С. 25—42.
4. Костецкая Я. М. О точности дирекционных углов в сплошных сетях трилатерации // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1974. Вып. 20. С. 45—50.
5. Костецкая Я. М. Точность дирекционных углов в несвободных сетях трилатерации // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1986. Вып. 43. С. 41—47.
6. Проворов К. Л. Точность элементов сети линейной триангуляции // Тр. НИИГАИК. 1958. Т. 11. С. 56—64.

Статья поступила в редакцию 07.04.86

УДК 551.24:528

А. Г. ЛИСОВЕЦ, А. А. НИКОНОВ, В. А. СКРЫЛЬ

## ВАРИАНТ КАРТЫ СОВРЕМЕННЫХ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ ЗЕМНОЙ КОРЫ КАРПАТО-БАЛКАНСКОГО РЕГИОНА НА ОСНОВЕ МЕТОДА КОЛЛОКАЦИИ

При картографическом изображении современных вертикальных движений земной коры мы сталкиваемся с такими важными проблемами, как единообразное отражение на плоскости различных по точности и времени интервалов исходных данных (1), вы-

деление в измеренных величинах именно тектонической составляющей движений (II), адекватное изображение полученных дискретных значений скорости в виде поля скоростей движений (III).

Мы затрагиваем только последнюю проблему с целью поделиться опытом использования статистического метода (метода коллокации) для представления результатов измерений в виде поля скоростей.

Существующие карты современных вертикальных движений земной коры (СВДЗК) основаны на точных геодезических данных. Таковы карта Восточной Европы, 1973 [2] и карта Карпато-Балканского региона, 1979 [11].

Наши исследования относятся к территории Карпато-Балканского региона. Выбор региона объясняется двумя главными причинами.

Во-первых, для региона имеется карта современных вертикальных движений, специально составленная по согласованной программе [8, 9, 11]. Во-вторых, именно в Паннонском бассейне и окружающих горах полученные значения вертикальных перемещений поверхности скорее всего отражают собственно тектонические унаследованные движения. Такое заключение основывается на исследованиях ковариационных функций ошибок измерений [12], с одной стороны, и хорошей корреляции поля современных вертикальных движений, и ряда геофизических параметров — с другой [1]. Иными словами, в этом регионе более чем в других районах Восточной Европы карта современных движений отражает движения земной коры. Поэтому Карпато-Балканский регион представляет наиболее подходящим для преобразования первоначальных дискретных значений скорости вертикальных движений в приближающееся к реальному полю скоростей движений земной коры. Использован фактический материал с карты СВДЗК Карпато-Балканского региона (1979, масштаб 1:1000000) под редакцией доктора И. Ито [11] в виде 249 узловых пунктов со значениями скорости вертикальных движений. Точность измерений и расчеты скорости движений в этих пунктах приводятся в объяснительных записках к картам [8, 9] и дополнительно не рассматриваются. Мы сосредоточим внимание на сплошных переходах от точечных значений скорости современных вертикальных движений земной коры к представлению их в виде поля скоростей.

На карте СВДЗК Карпато-Балканского региона, как и на большинстве других карт, переход от точечных значений скорости к плоскодному изображению в виде изолиний осуществляется традиционным способом. Он заключается в линейной интерполяции точечных значений скорости вдоль линий повторного нивелирования и последующей свободной экстраполяции значений между этими линиями. Практически изолинии проводят ручным способом, который исследователей в соответствии с морфоструктурными особенностями территории. При таком варианте изображения на карте поля скоростей современных вертикальных

движений сознательно или бессознательно реализуется идея о тесной корреляционной связи между современными движениями поверхности, геологической структурой и рельефом рассматриваемой территории. При традиционном способе составления карт СВДЭК достигнутые геодезическими измерениями точности используются в ряде случаев не в полной мере и в зависимости от степени геолого-геоморфологической изученности и индивидуальности представлений составителя.

ных представлений. По мнению авторов, тесная связь между современными вертикальными движениями поверхности, геологической структурой и рельефом возможна, но не обязательна. В каждом регионе установленная связь должна быть предметом исследования, но не исходным постулатом.

первичных данных о современных изменениях высот земной поверхности, которые были бы независимы от имеющихся, в ряде случаев субъективных представлений о морфоструктурах и об不足以альной зависимости от них современных вертикальных движений, измеряемых на поверхности.

хорошую возможностью для определения параметров коллокации [4]. Метод обеспечивает максимальное использование полученной инструментальной путем информации о современных движениях как процессе многофакторном. Исходное положение использования метода коллокации состоит в том, что поле скоростей современных вертикальных движений рассматривается как случайное, изотропное на участках, однородных по дисперсии значений скорости.

цели использован несколькими исследователями [3, 5, 7, 8, 10]. В СССР с его помощью составлены уточненные карты современных вертикальных движений о. Сахалин и Закаспийской территории.

Метод позволяет проводить на статистической основе интерполяцию значений скорости вне пунктов с заранее известными скоростями. Статистический анализ включает вычисление характеристик дисперсии скорости, выделение участков с постоянной (избранных пределах) дисперсией значений скорости и построение ковариационных функций для каждой группы участков. В дальнейшем на основе полученных модельных ковариационных функций осуществляется интерполяция значений скорости вне использованных на первом этапе узловых пунктов. Для построения таким способом варианта карты современных вертикальных движений Карпато-Балканского региона проведены следующие операции.

Поле скоростей современных вертикальных движений региона, образованное 249 узловыми пунктами на карте 1979 г., подвергнуто статистическому анализу.

Характеристики листерий скорости вычислены при помощи алгоритма скользящей дисперсии

$$\sigma^2(E) = \frac{\sum_{i=1}^n (V_E - V_I)^2}{n}$$

где  $V_e$  — значение скорости движений в точке, для которой определяется дисперсия;  $V_i$  — значение скорости в точках, попавших в окружность скольжения радиуса  $R$ . Радиус  $R$  выбран таким, чтобы в окружность скольжения попадало достаточноное количество точек с известными скоростями, но в то же время чтобы характеристика дисперсии, издавалась локальная дисперсия.

Значения дисперсий скоростей в Карпато-Балканском регионе лежат в пределах от 9,62 до 0,01  $\text{мм}^2/\text{год}^2$ . На основании вычисленных значений дисперсий скорости выделены участки, стационарные по дисперсии скорости (использован критерий Фишера при 5%-ном уровне значимости). Проведенный анализ позволил выделить пять однородных в статистическом отношении групп участков со значениями дисперсии 3,08, 1,23, 0,67, 0,51, 0,47  $\text{мм}^2/\text{год}^2$  (см. таблицу).

Характеристики однородных групп по дисперсии территориальных групп	
Номер группы	Число участков в группе
I	4
II	6
III	3
IV	5
V	3

Дисперсия, $\text{мм}^2/\text{год}$	Количество точек в группе	
	max	min
3,08	52	4,3
1,23	53	3,1
0,67	87	2,8
0,51	44	1,6
0,47	13	1,0

Наиболее значительные различия в дисперсии скорости между группами I и V, а также между группами II и V. Крайние значения дисперсии скорости в группах I и V отличаются в 10 раз, в группах II и V — в 2 раза.

Размеры участков определяются наибольшей и наименьшей плотностью исходных точек. Наиболее большая она на севере и наименьшая на востоке и северо-востоке региона (рис. 1). Каждая группа состоит из нескольких несмежных участков. Характеристики однородных по дисперсии скорости территориальных групп приведены в таблице.

Статистические свойства поля скорости в пределах каждого участка описываются ковариационными функциями, характеризующими степень изменения стохастической связи между различными элементами поля.

При выделении групп вычислены эмпирические

$$C^e(\phi) = \frac{\sum_n (V_i V_j)_k}{n}$$

где  $C^y(\Psi)$  — корреляционный момент для заданного сферического расстояния;  $V_i, V_j$  — значения скоростей пары точек, отстоящих друг от друга на заданном расстоянии;  $n$  — число таких пар.

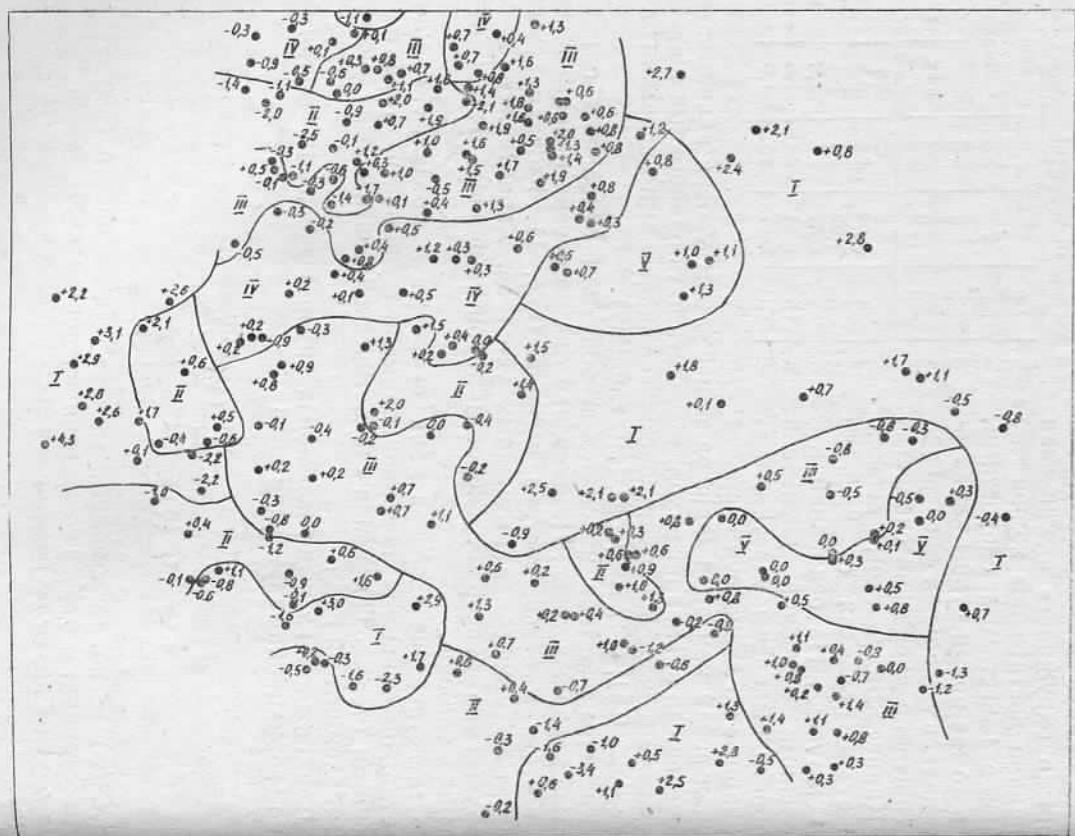


Рис. 1. Схема расположения участков (I, II, III, IV, V), различающихся по дисперсии значений скорости вертикальных движений.

(● — узловые пункты и скопости движений в них (мм/год) согласно карте 1979 г.).

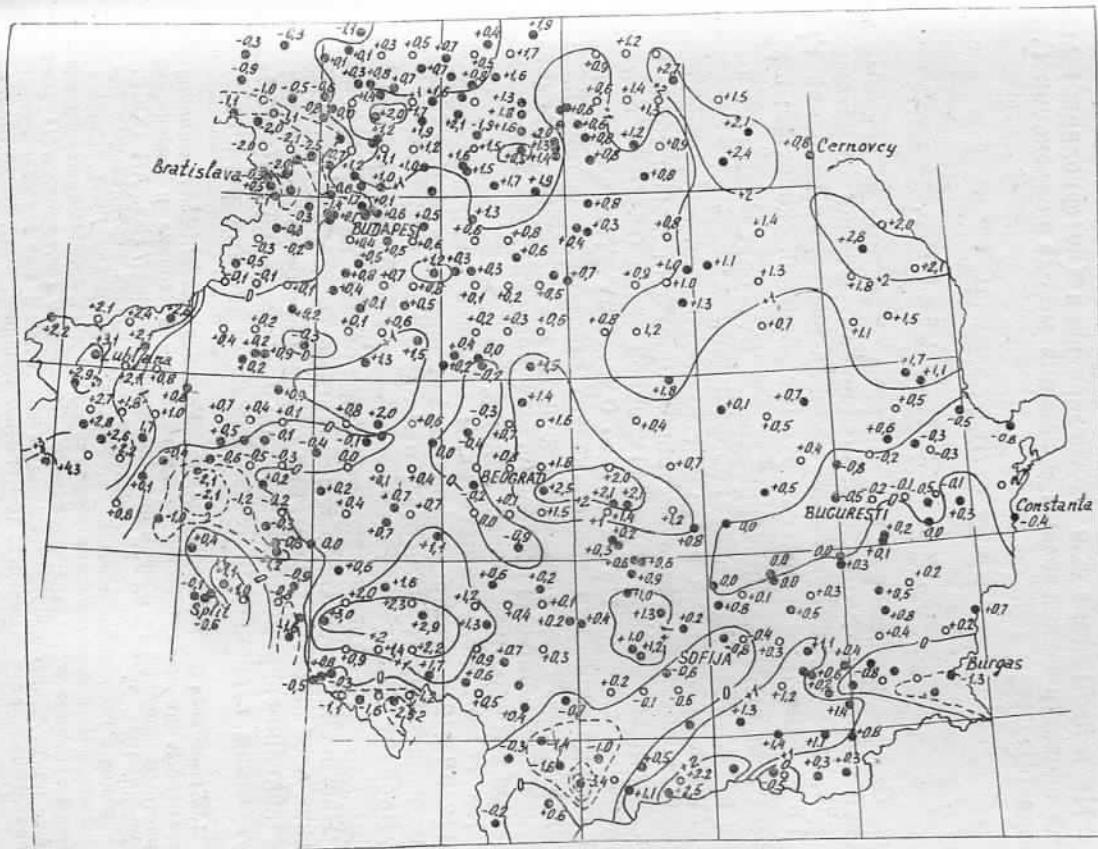


Рис. 2. Вариант карты современных вертикальных движений земной коры, полученный с помощью метода коллокации.

— узловые точки со значениями скорости вертикальных движений ( $\text{мм}/\text{год}$ ) на карте 1979 г.;  $O$  — точки в узлах сетки  $0.5 \times 0.5^\circ$ , для которых значения скорости получены методом коллокации;  $-$  — изолинии положительных значений скорости ( $\text{мм}/\text{год}$ );  $--$  — изолинии отрицательных значений скорости ( $\text{мм}/\text{год}$ ).

В последующем эмпирическая функция аппроксимировалась по способу наименьших квадратов аналитическим выражением ковариационной функции:

$$C(\Psi) = C_0 e^{-A\Psi^m},$$

где  $C_0$  — дисперсия поля;  $A, m$  — параметры модельной функции. Значения параметров модельных функций приведены ниже:

I	II	III	IV	V
0,00283	0,06536	0,00107	0,00351	0,00094
2,0	0,5	1,5	2,0	1,5

На втором этапе для прогнозирования (интерполяции) значений скорости использованы уравнения метода коллокации Г. Мориша [4]:

$$V_P = C_{PV}^T (C_{VV} + D)^{-1} V_K,$$

$$m_{V_P}^2 = C_0 - C_{PV}^T (C_{VV} + D)^{-1} C_{PV},$$

где  $C_{PV}$  — ковариационная матрица известных и искомых значений скорости;  $C_{VV}$  — ковариационная матрица известных значений  $V$ ;  $V_K$  — известные и прогнозируемые значения скоростей;  $m_{V_P}^2$  — дисперсия прогноза. Матрицы  $C_{PV}$  и  $C_{VV}$  определены на основе модели ковариационной функции.

Метод коллокации позволяет выполнять прогнозирование значений скорости (интер- и экстраполяцию) для любой точки региона. Мы использовали узлы регулярной сетки  $0,5 \times 0,5^\circ$ , которая в отдельных случаях сужалась до  $0,25 \times 0,25^\circ$ . Такая сетка призвана оптимальной для последующего построения изолиний. В результате получены значения скорости в 412 точках. Средневалютические ошибки прогнозируемых значений скорости лежат в пределах точности исходных данных.

На основе полученных таким образом значений скорости в 661 ( $249+412$ ) пункте построены изолинии скорости вертикальных движений региона через 1 мм/год.

Вариант карты современных вертикальных движений земной коры Карпато-Балканского региона показан на рис. 2.

Построение карт СВДЗК независимо от геологического и геоморфологических особенностей территории открывает новые возможности со- поставления современных вертикальных движений с рельефом, геологическим строением и геофизическими полями региона.

1. Бронзулев В. В., Грачев А. Ф., Калашникова И. В., Магницкий В. А. Современные движения земной коры, новейшая тектоника и физические поля Карпато-Балканского региона. Корреляционный анализ // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1984. № 7. С. 3–12. 2. Карта современных вертикальных движений земной коры Восточной Европы. М., 1973. 3. Мещеряков Г. А., Скрыль В. А. Применение метода коллокации для построения карт современных вертикальных движений земной коры (на примере о. Сахалин) // Тез. докл. VIII Всесоюз. совещ. по изучению современных движений земной коры «Современные движения земной коры». Кипшице, 15–17 мая. Кипшице, 1982. С. 88. 4. Мориц Г.

Современная физическая геодезия. М., 1983. 5. Скрыль В. А. Прогнозирование скоростей современных вертикальных движений земной коры // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1981. Вып. 33. С. 68–75. 6. Hein G., Kisternann R. On the problem of deriving recent crustal movements from geodetic levelling data // Allgemeine Vermessungs-Nachrichten. 1979. V. 86, N. 10. P. 392–398.

7. Hein G., Kisternann R. Mathematical foundation of non-tectonic effect in geodetic resent crustal movement models // Tectonophysics. 1981. V. 71. P. 315–334.

8. Ioo I., Csati E., Jovanović P. et al. Explanatory description to the Map of Resent Vertical Crustal Movements in the Carpatho-Balkan Region. Budapest, 1979.

9. Ioo I., Csati E., Jovanović P. et al. Resent vertical crustal movements of the Carpatho-Balkan region // Tectonophysics. 1981. V. 71. P. 41–52. 10. Kangiser E. Modellierung vertikaler Krustenbewegungen durch Kollokation // Zeitschrift für Vermessungswesen. 1983. Bd. 108. N. 9. S. 373–381. 11. Map of resent vertical crustal movements in the Carpatho-Balkan region. Budapest, 1979. 12. Meier S. Signifikanzprüfung rezenten vertikaler Erdkrustenbewegungen mit Hilfe von Korrelationsfunktion // Gerlands Beiträge Geophysik. 1984. Bd. 93. N. 5. S. 379–391.

Статья поступила в редакцию 26.12.85

УДК 528.33

## О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ МОЛОДЕНСКОГО С УЧЕТОМ СЖАТИЯ ЗЕМЛИ

М. И. МАРЫЧ

Основная задача современной теории фигуры Земли, созданной М. С. Молоденским, как известно, состоит в определении физической поверхности Земли  $S$  и ее внешнего гравитационного поля по значениям геопотенциала и силы тяжести  $g$  на этой же поверхности. Использование нормального гравитационного поля, создаваемого уровенным земным эллипсоидом вращения, приводит к внешней краевой задаче для возмущающего потенциала  $T$ , являющегося гармонической и регулярной на бесконечности функцией. Границное условие в этой задаче представляет собой соотношение

$$-\left(\frac{\partial T}{\partial \nu} - \frac{\partial \Upsilon}{\partial \nu}\right) = \Delta g, \quad (1)$$

между потенциалом  $T$  и смешанной аномалией силы тяжести  $\Delta g = g - \bar{g}$  на поверхности  $S$ , полученное без учета малых величин порядка квадрата уклона отвеса и квадрата аномалии высоты  $\zeta = T/\bar{g}$ . Здесь  $\nu$  — направление, обратное направлению нормальной силы тяжести  $\Upsilon$ . В этой линейной постановке задачи краевая поверхность  $S$  отождествляется с ее первым приближением (теллурионом)  $S'$ , т. е. с поверхностью, получаемой путем наложения нормальных высот  $h$  на эллипсоид.

Так как поверхность  $S'$  близка к отсчетному эллипсоиду, то для решения задачи наиболее эффективен метод малого параметра, предложенный М. С. Молоденским [7]. Согласно основной идеи метода здесь должно использоваться решение для более простой поверхности, принимаемой за отсчетную, т. е. решение задачи Стокса с погрешностью порядка квадрата сжатия Земли, полученного в [2, 6, 9].