

В последующем эмпирическая функция аппроксимировалась по способу наименьших квадратов аналитическим выражением ковариационной функции:

$$C(\psi) = C_0 e^{-A\psi^m},$$

где C_0 — дисперсия поля; A, m — параметры модельной функции. Значения параметров модельных функций приведены ниже:

	I	II	III	IV	V
A	0,00283	0,06536	0,00107	0,00351	0,00094
m	2,0	0,5	1,5	2,0	1,5

На втором этапе для прогнозирования (интерполяции) значений скорости использованы уравнения метода коглокации Г. Морица [4]:

$$V_p = C_{pv}^T (C_{vv} + D)^{-1} V_K,$$

$$m_{Vp}^2 = C_0 - C_{pv}^T (C_{vv} + D)^{-1} C_{pv},$$

где C_{pv} — ковариационная матрица известных и искомым значений скорости; C_{vv} — ковариационная матрица известных значений V ; D — дисперсионная матрица известных значений V ; V_K и V_p — известные и прогнозируемые значения скорости; m_{Vp}^2 — дисперсия прогноза. Матрицы C_{pv} и C_{vv} определены на основании модельной ковариационной функции.

Метод коглокации позволяет выполнять прогнозирование значений скорости (интер- и экстраполяцию) для любой точки региона. Мы использовали узлы регулярной сетки $0,5 \times 0,5^\circ$, которая в отдельных случаях сгущалась до $0,25 \times 0,25^\circ$. Такая сетка признана оптимальной для последующего построения изолиний. В результате получены значения скорости в 412 точках. Среднеквадратические ошибки прогнозируемых значений скорости лежат в пределах точности исходных данных.

На основе полученных таким образом значений скорости в 661 (249+412) пункте построены изолинии скорости вертикальных движений региона через 1 мм/год.

Вариант карты современных вертикальных движений земной коры Карапато-Балканского региона показан на рис. 2.

Построение карт СВДЗК независимо от геолого-геоморфологических особенностей территории открывает новые возможности сопоставления современных вертикальных движений с рельефом, геологическим строением и геофизическими полями региона.

1. Бронзгилев В. В., Гривев А. Ф., Калашникова Н. В., Мазницкий В. А. Современные движения земной коры, новейшая тектоника и физическое поле Карапато-Балканского региона. Корреляционный анализ // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1984. № 7. С. 3—12. 2. Карта современных вертикальных движений земной коры Восточной Европы. М., 1973. 3. Мецераков Г. А., Скрыль В. А. Применение метода коглокации для построения карт современных вертикальных движений земной коры (на примере о. Сахалин) // Тез. докл. VIII Всесоюз. совещ. по изучению современных движений земной коры «Современные движения земной коры». Кишинев, 15—17 мая. Кишинев, 1982. С. 88. 4. Мориц Г.

Современная физическая геодезия. М., 1983. 5. Скрыль В. А. Прогнозирование скоростей современных вертикальных движений земной коры // Геодезия, картография и аэрофотогеодезия. 1981. Вып. 33. С. 68—75. 6. Нейп Г., Кистертманн Р. On the problem of deriving recent crustal movements from geodetic levelling data // Allgemeine Vermessungs — Nachrichten. 1979. V. 86. N 10. P. 392—398. 7. Нейп Г., Кистертманн Р. Mathematical foundation of nonelastic effect in geodetic recent crustal movement models // Tectonophysics. 1981. V. 71. P. 315—334. 8. Ioo I., Csáti E., Flay M. et al. Explanatory description to the Map of Recent Vertical Crustal Movements in the Carpatho-Balkan Region. Budapest, 1979. 9. Ioo I., Csáti E., Joannovic P. et al. Recent vertical crustal movements of the Carpatho-Balkan region // Tectonophysics. 1981. V. 71. P. 41—52. 10. Kandler E. Modellierung vertikaler krustenbewegungen durch kollokation // Zeitschrift für Vermessungswesen. 1983. Bd. 108. N 9. S. 373—381. 11. Map of recent vertical crustal movements in the Carpatho-Balkan region. Budapest, 1979. 12. Meier S. crustal movements in the Carpatho-Balkan region // Tectonophysics. 1981. V. 71. P. 315—334. 13. Signifikanzprüfung rezenter vertikaler Erdrusts telenbewegungen mit Hilfe von korrelationsfunktion // Gerlands Beitrage Geophysik. 1984. Bd. 93. N 5. S. 379—391. Статья поступила в редакцию 26.12.85

УДК 528.33

М. И. МАРЫЧ

О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ МОЛОДЕНСКОГО С УЧЕТОМ СЖАТИЯ ЗЕМЛИ

Основная задача современной теории фигуры Земли, созданной М. С. Молоденским, как известно, состоит в определении физической поверхности Земли s и ее внешнего гравитационного поля по значениям геопотенциала и силы тяжести g на этой же поверхности. Использование нормального гравитационного поля, создаваемого ровным земным эллипсоидом вращения, приводит к внешней краевой задаче для возмущающего потенциала T , являющегося гармонической и регулярной на бесконечности функцией. Граничное условие в этой задаче представляет собой соотношение

$$-\left(\frac{\partial T}{\partial \nu} - \frac{\partial \gamma T}{\partial \gamma}\right)_s = \Delta g, \quad (1)$$

между потенциалом T и смешанной аномалией силы тяжести $\Delta g = g - \gamma$ на поверхности s , полученное без учета малых величин порядка квадрата уклона отбеса и квадрата аномалии высоты $z = T/\gamma$. Здесь ν — направление, обратное направлению нормали новой силы тяжести γ . В этой линейной постановке задачи краевая поверхность s отождествляется с ее первым приближением (теллуroidом) $s',$ т. е. с поверхностью, получаемой путем наклонения нормальных высот h на эллипсоид.

Так как поверхность s' близка к отчетному эллипсоиду, то для решения задачи наиболее эффективен метод малого параметра, предложенный М. С. Молоденским [7]. Согласно основной идее метода здесь должно использоваться решение для более простой поверхности, принимаемой за отчетную, т. е. решение задачи Стокса с погрешностью порядка квадрата сжатия Земли, полученное в [2, 6, 9].

Принимая во внимание, что в формулах Д. В. Загребина, М. С. Моголенского и О. М. Остаха, полученных в указанных работах, выделяется решение для сферы радиуса, равного большой полуоси эллипсоида, попытаемся наметить путь решения задачи исходя из более простого граничного условия

$$-\left(\frac{\partial T}{\partial \rho'} + \frac{2T}{\rho'}\right)_{\rho' \rightarrow \rho} = \Delta g + \delta g, \quad (2)$$

приводящего в случае сферы к интегралу Стокса. Здесь ρ' — радиус-вектор внешней точки $P = P(\rho', \theta, \lambda)$; ρ — радиус-вектор поверхности s и δg — поправки к аномалиям Δg , уточняющие хорошо известное приближенное условие

$$-\left(\frac{\partial T}{\partial \rho'} + \frac{2T}{\rho'}\right)_{\rho' \rightarrow \rho} = \Delta g, \quad (3)$$

используемое при сферической поверхности отчета и выполнении решения с погрешностью порядка сжатия Земли.

С целью получения формулы, определяющей поправки δg , найдем $\frac{\partial T}{\partial \rho'} \Big|_s$ и $\frac{2T}{\rho'} \Big|_s$ с точностью, соответствующей выводу условий (1). Из определения возмущающего потенциала как разности реального W и нормального U потенциалов силы тяжести следует, что

$$\frac{\partial T}{\partial \rho'} \Big|_s = -g \cos(n, \rho) + \gamma_s \cos(\gamma, \rho),$$

где через n обозначено направление, обратное направлению силы тяжести g и γ_s — значение нормальной силы тяжести на поверхности s . Определяя $\cos(n, \rho)$ из сферического треугольника, образованного направлениями ρ , n и γ в точках поверхности s , с требуемой точностью найдем

$$\cos(n, \rho) = 1 - \frac{1}{2} \Delta B^2 - \Delta B \xi,$$

где ξ — составляющая гравиметрического уклонения отвеса в плоскости меридиана; $\Delta B = B - \Phi = a \sin 2\Phi$ — разность геодезической B и геоцентрической Φ широт точки; a — сжатие Земли. Следовательно,

$$\cos(\gamma, \rho) = 1 - \frac{1}{2} \Delta B^2 + \frac{\partial T}{\partial \rho'} \Big|_s = -g + \gamma_s + g \alpha \xi \sin 2\Phi.$$

После перехода от γ_s к значениям γ нормальной силы тяжести на поверхности s' , при котором использованы разложения этой силы и ее вертикальной производной в ряд Тейлора по степеням высот ζ и h , а также значения производных

$$\left(\frac{\partial \gamma}{\partial \nu}\right)_0 = -\frac{2\gamma_e}{a} \left[1 + \alpha + q - \left(3\alpha - \frac{5}{2}q\right) \sin^2 \Phi\right],$$

$$\left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial \nu^2}\right)_0 = \frac{6\gamma_m}{R^2}$$

на отсчетном эллипсоиде, где q — отношение центробежной силы на экваторе к силе тяжести на экваторе γ_e ; a — большая полуось эллипсоида; γ_m и R — средние значения γ и радиуса Земли, имеем

$$-\frac{\partial T}{\partial \rho'} \Big|_s = \Delta g + \left\{ \frac{2\gamma_e}{a} \left[1 + \alpha + q - \left(3\alpha - \frac{5}{2}q\right) \sin^2 \Phi\right] - \frac{6\gamma_m h}{R^2} \right\} \zeta - \gamma_m \alpha \xi \sin 2\Phi. \quad (4)$$

Принимая во внимание, что

$$\rho = a(1 - \alpha \sin^2 \Phi) + h,$$

$$\gamma = \gamma_e \left[1 + \left(\frac{5}{2}q - \alpha\right) \sin^2 \Phi - \frac{2h}{a}\right] \quad \text{и} \quad T = \gamma \zeta,$$

находим

$$-\frac{2T}{\rho'} \Big|_s = -\frac{2\gamma_e}{a} \left(1 + \frac{5}{2}q \sin^2 \Phi - \frac{3h}{a}\right) \zeta. \quad (5)$$

Приравняв сумму правых частей равенств (4) и (5) к правой части соотношения (2), получаем

$$\delta g = \frac{2\gamma_m \zeta}{R} \left(\alpha + q - 3\alpha \sin^2 \Phi\right) - \gamma_m \alpha \xi \sin 2\Phi. \quad (6)$$

Из формулы (6) видно, что для вычисления поправок δg требуются значения высот квазигеоида и уклонений отвеса с точностью порядка a . Это соответствует решению задачи в сферической аппроксимации, т. е. решению, выполненному методом малого параметра с использованием приближенного граничного условия (3) без учета эллипсоидальности Земли в высотах рельефа поверхности s' , отсчитываемых от сферы [7, 1, 3, 8].

При определении возмущающего потенциала с учетом сжатия Земли должны быть сохранены все величины в его первом приближении $T = T_0 + T_1$, содержащие высоты рельефа поверхности s' . Этому требованию удовлетворяют формулы, полученные в [4, 5]. После введения поправок (6) они имеют вид

$$T_0 = \frac{R^2}{4\pi} \int Gs(\rho'_0, \psi) d\omega, \quad (7)$$

$$T_1 = -\frac{R^2}{4\pi} \int \left(\frac{\partial G}{\partial \rho}\right)_0 \left(H - \frac{R}{\rho'_0} \tilde{H}\right) s(\rho'_0, \psi) d\omega + T_0 \frac{\tilde{H}}{\rho'_0}, \quad (8)$$

где $R = a + \Delta a$ — средний радиус Земли; $G = \Delta g + \delta g$;

$H = \rho - R = a(1 - a \sin^2 \Phi) + h - R$; H — значение высоты H в исследуемой точке $\rho = R + z$; z — радиальное расстояние от поверхности s до названной выше точки;

$$\left(\frac{\partial G}{\partial \rho}\right)_0 = \frac{1}{2\pi R} \int (G - \tilde{G}) \frac{d\omega}{r^3} - \frac{2G}{R},$$

где $\tilde{G}$ — значение G в данной точке; $r = 2 \sin \frac{\psi}{2}$.

На основании изложенного выше можно заключить, что основное значение поправок δg (6) определяется начальными приближениями $\xi = \xi_0$ и $\xi = \xi_0$, вычисленными для поверхности Земли по аномалиям силы тяжести Δg , т. е. по формулам Стокса и Вининг-Мейнеса. Наибольшее практическое значение может иметь местный учет поправок δg в нулевом приближении решения T_0 (7) и сжатия α в высотах H , входящих в T_1 (8).

1. Бровар В. В. О решении краевой задачи Моложенского // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотогосъемка. 1963. Вып. 4. С. 129—137. 2. Загребин Д. В. Теория регуляризованного геода // Тр. ИТА. 1962. № 1. С. 87—222. 3. Марич М. И. О втором приближении М. С. Моложенского для возмущающего потенциала // Геодезия, картография и аэрофотогосъемка. 1969. Вып. 10. С. 17—27. 4. Марич М. И. Об определении внешнего гравитационного поля Земли // Геодезия, картография и аэрофотогосъемка. 1982. Вып. 36. С. 68—74. 5. Марич М. И. О методе Моложенского решения его краевой задачи // Геодезия, картография и аэрофотогосъемка. 1983. Вып. 38. С. 67—73. 6. Моложенский М. С. Решение задачи Стокса с относительной погрешностью порядка квадрата сжатия Земли // Тр. ЦНИИГАиК. 1956. Вып. 112. С. 3—8. 7. Моложенский М. С., Еремеев В. Ф., Юркин М. И. Методы изучения внешнего гравитационного поля и фигуры Земли // Тр. ЦНИИГАиК. 1960. Вып. 131. С. 1—251. 8. Мороз Г. Современная физическая геодезия. М., 1983. 9. Остап О. М. Решение задачи Стокса для эллипсоидальной граничной поверхности методом функции Грина // Сб. научных трудов ЦНИИГАиК. 1982. Вып. 233. С. 3—20.

Статья поступила в редакцию 20. 04. 86

УДК 528.412

В. В. МИЛЕР

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТВОРНЫХ ТОЧЕК ЗДАНИЯ В КАЧЕСТВЕ ИСХОДНЫХ ДЛЯ ОБРАТНОЙ ЗАСЕЧКИ

Широкое применение на практике микрокалькуляторов позволяет производить вычисления быстро и непосредственно в полевых условиях, что делает более эффективным использование, например, способа обратной угловой геодезической засечки для определения координат точек местности. Все же существующим недостатком являются необходимые громоздкие расчеты [4]. Но их можно сократить путем упрощения рабочих формул, что как раз и имеет место при наблюдении плановых геодезических пунктов,

которые размещены вдоль одного створа (рис. 1). Тогда справедливы соотношения

$$\operatorname{ctg} \alpha_1 = \frac{d_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 - d \cdot \operatorname{ctg} \beta}{d_2}; \quad \operatorname{ctg} \alpha_2 = \frac{d_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 - d \cdot \operatorname{ctg} \beta}{d_1};$$

$$\Delta x_{1,c} = \frac{d}{\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2}; \quad \Delta y_{M,c} = \Delta x_{1,c} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_1;$$

$$\Delta y_{c,M_2} = \Delta x_{1,c} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_2, \text{ где } \beta = \beta_1 + \beta_2; \quad d = d_1 + d_2.$$

Если $d_1 = d_2 = \frac{d}{2}$, то

$$\operatorname{ctg} \alpha_2 = \operatorname{ctg} \beta_1 - 2 \operatorname{ctg} \beta; \quad \operatorname{ctg} \alpha_2 = \operatorname{ctg} \beta_2 - 2 \operatorname{ctg} \beta.$$

На точность засечки влияет расположение определяемого места относительно базисов d_1 и d_2 , а также длины последних. Пер-

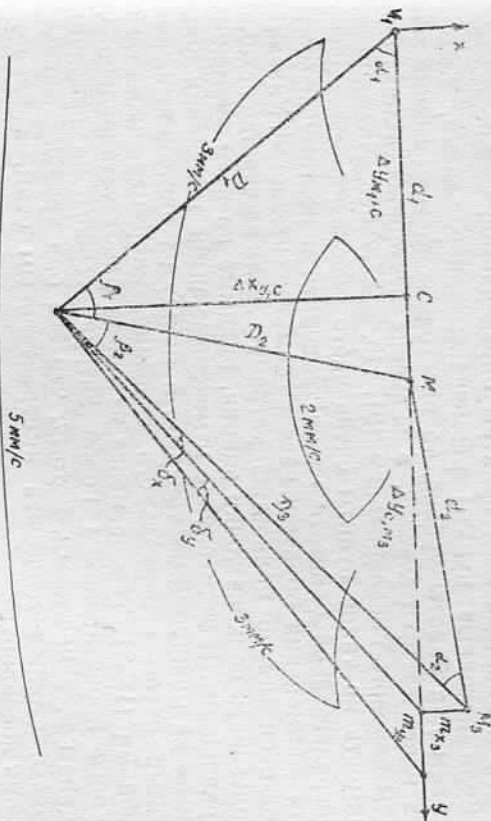


Рис. 1. Обратная засечка при наблюдении створных точек.

вая зависимость показана на рис. 1 кривыми линиями, в чьих пределах точность постоянна, а вторая приведенными ниже данными:

$d_1 = d_2, \text{ м}$	20	50	100	20	50	100
$\Delta x_{1,c}, \text{ м}$	20	50	100	20	50	100
при $\Delta y_{M,c} = \Delta y_{c,M_2}$	0,24	0,69	3,09	0,70	0,79	1,13
$M_1/M_2, \text{ мм/с}$						

На основании этих представлений можно находить ожидаемые ошибки в координатах искомой точки M , проектировать по точности и размерам сеть и предвычислять ошибки измерения углов. В настоящее время на стенах существующих зданий и сооружений часто закрепляют пункты плановой основы, выносят следы