УДК 528.14/16

И. Ф. МОНИН

ОБ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ ДВУХГРУППОВОГО УРАВНИВАНИЯ КОРРЕЛИРОВАННЫХ ВЕЛИЧИН

В [1] изложена теория двухгруппового уравнивания коррелированных величин. В основу положен классический подход, основанный на преобразовании коэффициентов условных уравнений второй группы. Ниже предложен вывод формул для оценки точности уравненных функций.

Согласно теории [1], условные уравнения в геодезической сети разделяются на две группы:

$$aV+w_a=0; \tag{1}$$

$$\alpha V+w_\alpha=0. \tag{2}$$

Здесь

$$a=\begin{Bmatrix} a_1\, a_2 \cdots a_n \\ b_1\, b_2 \cdots b_n \\ \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ s_1\, s_2 \cdots s_n \end{Bmatrix}, \quad V=\begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{Bmatrix}, \quad w_a=\begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_s \end{Bmatrix},$$

$$\alpha=\begin{Bmatrix} \alpha_1\, \alpha_2 \cdots \alpha_n \\ \beta_1\, \beta_2 \cdots \beta_n \\ \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ \tau_1\, \tau_2 \cdots \tau_n \end{Bmatrix}, \quad w_\alpha=\begin{Bmatrix} w_{s+1} \\ w_{s+2} \\ \vdots \\ w_{s+\tau} \end{Bmatrix},$$

В первой группе (1) условных уравнений s, во второй (2) количество условных уравнений равно τ. Решая уравнения первой группы на основе обобщенного метода наименьших квадратов, получаем первичные поправки

$$V'=-Qa^{\mathrm{T}}(aQa^{\mathrm{T}})^{-1}w_a, \tag{3}$$

где Q — корреляционная матрица измерений (без постоянного множителя). Вторичные поправки вычисляем по формуле

$$V''=-QA^{\mathrm{T}}(AQA^{\mathrm{T}})^{-1}W, \tag{4}$$

где A, W — коэффициенты условного уравнения второй группы (2), преобразованные следующим образом:

$$A=\alpha-\alpha Qa^{\mathrm{T}}(aQa^{\mathrm{T}})^{-1}a; \tag{5}$$

$$W=w_\alpha-\alpha Qa^{\mathrm{T}}(aQa^{\mathrm{T}})^{-1}w_a. \tag{6}$$

Окончательные поправки в измеренные величины определяем по формуле

$$V=V'+V''. \tag{7}$$

Далее надо произвести оценку точности. Вычисляя вес уравненной функции F, весовую функцию dF принято относить к уравнениям второй группы и ее коэффициенты преобразовывать по формуле (5). Следовательно, легко написать уравнение, из которого получим алгоритм преобразования коэффициентов весовой функции:

$$\begin{Vmatrix} A_1 A_2 \cdots A_n \\ B_1 B_2 \cdots B_n \\ \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ T_1 T_2 \cdots T_n \\ F_1 F_2 \cdots F_n \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_n \\ \beta_1 \beta_2 \cdots \beta_n \\ \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ \tau_1 \tau_2 \cdots \tau_n \\ f_1 f_2 \cdots f_n \end{Vmatrix} - \begin{Vmatrix} \alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_n \\ \beta_1 \beta_2 \cdots \beta_n \\ \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ \tau_1 \tau_2 \cdots \tau_n \\ f_1 f_2 \cdots f_n \end{Vmatrix} Qa^{\text{т}} (aQa^{\text{т}})^{-1} a, \tag{8}$$

где $F_1, F_2, \ldots F_n$ — преобразованные коэффициенты весовой функции, а $f_1, f_2, \ldots f_n$ — непреобразованные коэффициенты. Таким образом, алгоритм для преобразования коэффициентов весовой функции имеет вид

$$F^{\text{т}} = f^{\text{т}} - f^{\text{т}} Qa^{\text{т}} (aQa^{\text{т}})^{-1} a, \tag{9}$$

где т — символ транспонирования матриц.

Найдем обратный вес произвольной уравненной функции. На основе общих правил и формулы (7) имеем

$$\frac{1}{P_F} = f^{\text{т}} Q_{l_1} f =$$

$$= f^{\text{т}} \{Q - Qa^{\text{т}} (aQa^{\text{т}})^{-1} aQ - QA^{\text{т}} (AQA^{\text{т}})^{-1} AQ\} f, \tag{10}$$

где f — частные производные от произвольной функции по измеренным величинам (коэффициенты весовой функции); Q_{l_1} — корреляционная матрица уравненного вектора измерений.

Учитывая (9), нетрудно (10) привести к виду

$$\frac{1}{P_F} = F^{\text{т}} \left\{ \mathrm{E} - \frac{QA^{\text{т}} (AQA^{\text{т}})^{-1} A}{\mathrm{E} - Qa^{\text{т}} (aQa^{\text{т}})^{-1} a} \right\} Q \cdot \frac{F}{\mathrm{E} - a^{\text{т}} (aQa^{\text{т}})^{-1} aQ},$$

где E — единичная матрица. Зная, что

$$aQA^{\text{т}} = 0,$$

$$\frac{QA^{\text{т}} (AQA^{\text{т}})^{-1} A}{\mathrm{E} - Qa^{\text{т}} (aQa^{\text{т}})^{-1} a} \cdot \frac{QA^{\text{т}}}{QA^{\text{т}}} = QA^{\text{т}} (AQA^{\text{т}})^{-1} A,$$

$$\frac{F}{\mathrm{E} - a^{\text{т}} (aQa^{\text{т}})^{-1} aQ} \cdot \frac{A^{\text{т}}}{A^{\text{т}}} = F,$$

получаем окончательную формулу для вычисления обратного веса любой линейной уравненной функции в геодезической сети

$$\frac{1}{P_F} = F^{\text{т}} \{Q - QA^{\text{т}} (AQA^{\text{т}})^{-1} AQ\} F. \tag{11}$$

Дальнейшие расчеты оценки точности в геодезических сетях хорошо известны.

1. *Монин И. Ф.* К теории двухгруппового уравнивания коррелированных величин // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1984. Вып. 40. С. 86.
2. *Большаков В. Д., Маркузе Ю. И.* Городская полигонометрия. М., 1979.

Статья поступила в редколлегию 02. 04. 85