

Я. М. КОСТЕЦКАЯ

О ТОЧНОСТИ НАПРАВЛЕНИЯ ДИАГОНАЛЕЙ В СПЛОШНЫХ СЕТЯХ ТРИЛАТЕРАЦИИ

Важным показателем качества плановых сетей является точность направления их диагоналей, т. е. линий, соединяющих два пункта, которые расположены на противоположных краях сети

© Костецкая Я. М., 1993

(например, пункты K и L на рис. 1). Этот показатель точности характеризует общую искривленность сети по направлению диагонали.

В [1, 2] для определения точности положения наиболее слабых пунктов сетей трилатерации исследовались ошибки взаимного положения концов диагонали сети, т. е. их продольные и поперечные сдвиги. Результат этих исследований — формулы для определения этих сдвигов. Они выведены для идеальных

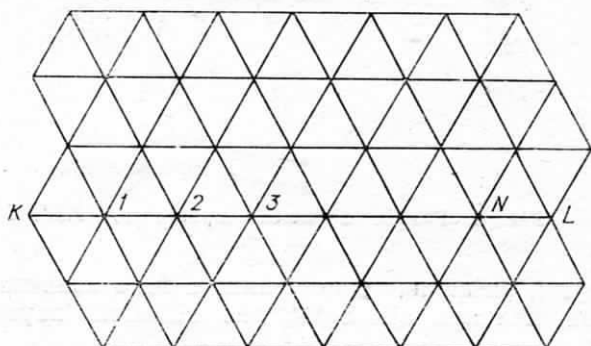


Рис. 1. Схема сети из пяти рядов.

сетей, состоящих из равносторонних треугольников. Проверка этих формул на реальных сетях показала, что их погрешности не превышают 8% [3].

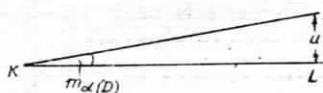


Рис. 2. Связь ошибки направления диагонали с поперечным сдвигом одного ее конца относительно другого.

По поперечному сдвигу u одного конца диагонали относительно другого легко получить ошибку ее направления (рис. 2):

$$m_{\alpha(D)} = \rho \frac{u}{D}, \quad (1)$$

где D — длина диагонали сети. Если сеть состоит из равносторонних треугольников, то

$$D = a(N+1), \quad (2)$$

где a — длина сторон треугольников; N — число пунктов сети, расположенных вдоль диагонали без учета ее конечных пунктов.

$$u = \mu \sqrt{\frac{1}{P_u}}, \quad (3)$$

где μ — средняя квадратическая ошибка (СКО) измеренной стороны сети; а $1/P_u$ — обратный вес поперечного сдвига конца диагонали. С учетом (2) и (3)

$$m_{a(D)} = \frac{\mu \rho}{a(N+1)} \sqrt{\frac{1}{P_u}} = \frac{\mu \rho}{a} \sqrt{\frac{1}{P_u(N+1)^2}}. \quad (4)$$

В сети трилатерации из трех рядов треугольников нами ранее [3] получено

$$\frac{1}{P_{u(3)}} = 0,088\,975\,N^3 + 1,8373\,N^2 + 3,122\,N + 1,9. \quad (5)$$

Здесь N также число пунктов сети вдоль оцениваемой диагонали без учета ее конечных пунктов. Подставив (5) в (4), имеем

$$m_{a(D)3} = \frac{\mu \rho}{a} \sqrt{0,090\,N + 1,66 - (0,286\,N + 0,24)/(N-1)^2}.$$

В подкоренном выражении последний член уменьшается с ростом N . При $N=3$ он равен 0,069. Поэтому его можно отбросить и считать, что

$$m_{a(D)3} = \frac{\mu \rho}{a} \sqrt{0,090\,N + 1,66}. \quad (6)$$

Для обратного веса поперечного сдвига конца диагонали сети трилатерации из пяти рядов нами получена формула

$$\frac{1}{P_{u(5)}} = 0,025\,412\,N^3 + 1,8661\,N^2 + 2,829\,N + 1,91. \quad (7)$$

С учетом этой формулы по (4) находим

$$m_{a(D)5} = \frac{\mu \rho}{a} \sqrt{0,0254\,N + 1,82}. \quad (8)$$

В подкоренном выражении формулы отброшено слагаемое $(-0,8269\,N + 0,10)/(N+1)^2$, которое при $N=3$ составляет 0,14.

Обратный вес поперечного сдвига конца диагонали сети из семи рядов

$$\frac{1}{P_u} = 0,013\,065\,N^3 + 1,8172\,N^2 + 3,590\,N - 0,38. \quad (9)$$

Отсюда средняя квадратическая ошибка направления диагонали

$$m_{a(D)} = \frac{\mu p}{a} \sqrt{0,0131 N + 1,79}. \quad (10)$$

Здесь в подкоренном выражении не учтено $(0,005 N + 1,39)/(N + 1)^2$, что при $N=3$ составляет 0,088.

Результаты проверки формул сведены в табл. 1. Там даны значения средних квадратических ошибок направления диагоналей сетей из трех, пяти и семи рядов, в которых вдоль диагонали имеем 8, 11 и 26 сторон, т. е. при $N=7, 10$ и 25.

Таблица 1

Средние квадратические ошибки направления диагоналей сетей трилатерации со сторонами, измеренным с точностью μ/a 1 : 200 000

Число рядов в сети	Номер формулы	N							
		5		7		10		25	
		из ЭВМ	по формуле	из ЭВМ	по формуле	из ЭВМ	по формуле	из ЭВМ	по формуле
3	6	1,44"	1,45"	1,50"	1,51"	1,59"	1,60"	1,97"	1,98"
5	8	1,36"	1,40"	1,38"	1,41"	1,42"	1,44"	1,56"	1,57"
7	10	—	—	1,36"	1,37"	1,37"	1,39"	1,45"	1,46"
9	11	—	—	1,36"	1,41"	—	—	—	—

Средние квадратические ошибки определяли по формулам и строго коррелятным способом на ЭВМ по составленной нами программе. При расчетах принято, что стороны измерены с относительной ошибкой 1 : 200 000.

Из данных табл. 1 следует, что формулы позволяют получить средние квадратические ошибки направления диагоналей с погрешностью в несколько сотых секунды, т. е. практически точно.

СКО направления диагонали зависит от точности измерения сторон сети, а точнее, от их относительной ошибки. Эта зависимость в сетях трилатерации проиллюстрирована данными табл. 2, где приведены СКО направления диагонали сети трилатерации со сторонами 12 км, в каждом ряду которой имеем 31 треугольник, а вдоль диагонали ряда имеем 16 сторон. СКО направления диагонали такой сети подсчитаны при разных относительных ошибках измерения сторон. В табл. 2 приведены СКО направления диагонали в такой же сети триангуляции при разных точностях измерения углов. СКО углов взяты согласно требованиям Инструкции о построении государственных сетей четырех классов. СКО направления диагонали в сетях триангуляции вычислены по поперечным сдвигам конца диагонали, определенным по формулам К. Л. Проворова [4].

Анализ формул и результатов вычислений позволяет сделать такие выводы:

1. В сетях трилатерации точность направления диагонали сети, состоящей из пяти рядов и больше, практически не зависит от числа сторон, расположенных вдоль диагонали сети (в сети из семи рядов при $N=7$ $m_{a(D)}=1,36''$, а при $N=25$ — $1,45''$).

2. В сетях из семи и больше рядов среднюю квадратическую ошибку направления диагонали можно определить по такой приближенной формуле:

$$m_{a(D)} = \frac{\mu p}{a} \sqrt{2}. \quad (11)$$

Таблица 2

Зависимость точности направления диагонали от точности измеренных элементов сетей трилатерации и триангуляции ($a=12$ км, $N=15$, $n=31$)

Трилатерация		Триангуляция	
Относительная ошибка измеренных сторон	СКО направления диагонали, ..."	СКО измеренных углов, ..."	СКО направления диагонали, ..."
1 : 400 000	0,73	0,7	0,58
1 : 350 000	0,84	1,0	0,83
1 : 300 000	0,97	1,5	1,25
1 : 250 000	1,16	2,0	1,66
1 : 200 000	1,45	—	—

3. Из формулы (11) следует, что ошибка направления диагонали в радианах лишь в 1,4 раза больше относительной ошибки измеренных сторон, т. е. направление диагонали определяется с высокой точностью, точно так же, как и ее длина [1].

4. Сравнив между собой СКО направления диагоналей в сетях триангуляции и трилатерации, видим, что при измерении сторон с относительной ошибкой 1 : 350 000 точность направления диагонали в сети трилатерации такая же, как в сети триангуляции 2 класса. При относительной ошибке измерения сторон 1 : 250 000 она такая же, как в сети триангуляции 3 класса. Таким образом, этот показатель точности также подтверждает возможность применения метода трилатерации для создания государственных плановых сетей.

5. Формулы (6), (8) и (10) дают практически точные значения ошибки направления диагонали. При N , превышающем количество рядов в сети, их погрешность составляет около 1,5%. Эти формулы рекомендуются для предварительной оценки точности при проектировании сетей трилатерации. Для предварительной оценки точности сетей трилатерации из девяти и более рядов треугольников рекомендуется использовать формулу (11).

1. Костецкая Я. М. К вопросу оценки точности сплошных сетей трилатерации // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1967. Вып. 6. С. 25—

41. 2. Костецкая Я. М. Поперечный сдвиг пунктов в сетях трилатерации // Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1978. Вып. 28. С. 52—57. 3. Костецкая Я. М., Пасынкова Е. М. Проверка формул для оценки точности трилатерационных построений на сетях из треугольников произвольной формы // Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1990. Вып. 52. С. 27—30. 4. Прохоров К. Л. О точности сплошных сетей триангуляции. М., 1956.

Статья поступила в редколлегию 06.02.91
