

**WPLYW SPADKÓW TERENU ORAZ DOKŁADNOŚCI
OKREŚLENIA WYSOKOŚCI PUNKTÓW NMT
NA DOKŁADNOŚĆ CYFROWEGO MODELU POWIERZCHNI TERENU**

© Wysocki J., 2007

Accuracy of digital approximation of the land surface mostly depends on influence of the land gradient and accuracy of height of points of the DTM. . In the paper are presented problem of influence of the land gradient and accuracy of height of points of the DTM on the digital approximation of the land surface with respect to performed experiments.

Rzeźba terenu jest jednym z głównych elementów informacji o terenie (SIT/GIS) niezbędnych w zagadnieniach inżynierii środowiska i budownictwa. Przy realizacji prac w zakresie budowy dróg

(autostrad), linii kolejowych, zbiorników retencyjnych, sieci energetycznych oraz wodnych itp. konieczne jest posiadanie informacji o ukształtowaniu terenu. Rozwój interaktywnych metod w zakresie badań przestrzennych oraz planowania i projektowania z zastosowaniem komputerów, wymaga wykorzystywania oprócz łatwej do percepcji informacji o rzeźbie terenu w formie graficznej (w postaci map), również informacji w formie numerycznej - w postaci numerycznego/cyfrowego modelu terenu (NMT/CMT) wprowadzanego do pamięci komputera. Uniwersalny model cyfrowy (CMT) przedstawiany jest najczęściej w postaci regularnej siatki punktów aproksymujących powierzchnię terenu, uzyskiwanej na podstawie pomierzonych punktów odniesienia (punktów NMT). Regularna siatka punktów może być tworzona już w trakcie pomiaru (najczęściej metodami fotogrametrycznymi), stanowiąc jednocześnie punkty odniesienia, lub uzyskiwana na podstawie interpolacji powierzchniowej innych siatek punktów odniesienia. W ogólności siatki punktów odniesienia mogą być uzyskiwane przy pomocy tachimetrów elektronicznych, pomiarów GPS, metodami fotogrametrycznymi, za pomocą lotniczego skanera laserowego czy też poprzez digitalizację map warstwicznych (Wysocki J., 1981, 1987, 1997, Wysocki J., Karaszewicz W., 1998, Wysocki J., 1999, 2000, 2003). W zagadnieniach badawczych i projektowych dokładność aproksymacji powierzchni terenu przy pomocy modeli numerycznych/cyfrowych ma zasadnicze znaczenie. Dokładność ta w dużym stopniu zależy od spadków powierzchni terenu oraz dokładności określenia wysokości punktów NMT (Wysocki J., 1987, 1999, 2000, 2003). W pracy na podstawie przeprowadzonych badań eksperymentalnych przedstawiono zagadnienie wpływu kąta nachylenia terenu oraz dokładności określenia wysokości punktów NMT na dokładność numerycznej aproksymacji powierzchni terenu.

Zagadnienie dokładności aproksymacji powierzchni terenu w zależności od dokładności określenia wysokości punktów NMT, oraz kątów nachylenia terenu.

Na podstawie prowadzonych badań oraz w oparciu o podane w literaturze (Wysocki 2005) opracowania, autor zaproponował metodę oceny dokładności cyfrowej aproksymacji powierzchni terenu przy pomocy siatki punktów NMT, która w postaci ogólnej została zapisana przy pomocy formuły (Wysocki 1998, 2005):

$$m_h^2 = p_1 A^2 + p_2 (D \operatorname{tg} \alpha)^2 + C^2 \quad (1)$$

gdzie:

- m_h - średni błąd wysokości wyznaczanego (interpolowanego) punktu powierzchni terenu, określający również dokładność aproksymacji powierzchni terenu na podstawie punktów odniesienia (punktów NMT),
- p_1 - współczynnik zależny od zastosowanej metody interpolacji powierzchniowej,
- A - parametr charakteryzujący przy pomocy błędu średniego dokładność określenia (pomiaru) wysokości punktów odniesienia (punktów NMT),
- p_2 - współczynnik wynikający z wpływu kąta α , występującego tutaj jako parametr związany z oddziaływaniem warunków terenowych (chropowatość terenu - Wysocki J., 1985),
- D - przeciętna odległość punktów siatki odniesienia (NMT),
- α - przeciętny kąt nachylenia terenu na opracowywanym obszarze,
- $C = D t$ - charakteryzuje przy pomocy współczynnika t wpływ chropowatości terenu na dokładność aproksymacji jego powierzchni przy małych (bliskich zera) wartościach kąta nachylenia terenu α i różnych wielkościach D .

Wartości współczynników w powyższej formule wyznaczono w oparciu o badania przeprowadzone przez autora na obiektach doświadczalnych. Temu zagadnieniu autor poświęcił oddzielne opracowania podane w literaturze (Wysocki J., 2005). Wyznaczone wartości współczynników dobrze spełniają wyniki badań przeprowadzonych na pięciu naturalnych obiektach doświadczalnych. Należy jednak dodać, że badania dotyczyły głównie terenów nizinnych o przeciętnych spadkach do kilku stopni i średnim kącie nachylenia terenu wynoszącym ok. 2° oraz NMT tworzonych na podstawie

tachimetrii, gdzie dokładność pomiaru wysokości punktów można oszacować na ok. $\pm 0,05\text{m}$, przy przeciętnej wzajemnej odległości mierzonych punktów NMT, $D = 40\text{-}60\text{m}$. Zakres możliwości rozszerzenia takich badań jest w dużym stopniu zdeterminowany ich dużą pracochłonnością i kosztami. Prace prowadzone przez autora nad tym zagadnieniem wskazały, że dobrym uzupełnieniem i rozszerzeniem badań terenowych mogą być badania na symulowanych modelach powierzchni terenu generowanych przy pomocy komputera. Dla potrzeb prowadzonych badań opracowano równanie matematyczne $Z(H) = f(X,Y)$ przedstawiające powierzchnię o dość zróżnicowanych ale jednostajnych stokach, której średni kąt nachylenia α jest równy około 2° . Tworząc równanie matematyczne tej powierzchni starano się przybliżyć jej ogólny kształt do naturalnej powierzchni terenu na wspomnianych wyżej obiektach doświadczalnych. Należy zauważyć, że wygenerowana powierzchnia nie zawierała jednak elementów naturalnej chropowatości powierzchni terenu. Uwzględnienie tej chropowatości tak, żeby generowana powierzchnia przedstawiała ciągły obraz powierzchni obiektu naturalnego okazało się dość trudne. Ewentualne rozwiązanie tego problemu na drodze statystycznej uznano za niecelowe, ponieważ z teorii geostatystyki wynika, że w przypadku powierzchni terenu zróżnicowanie wartości zmiennych przestrzennych z reguły jest duże, a metody statystyczne ignorują strukturę przestrzeni. W związku z tym w celu rozwiązania tego problemu wykorzystano założenia teorii fraktali. Benoit Mandelbrot (1982) zaproponował, by za fraktal uważać obiekt zbudowany z części podobnych do całości. W związku z tym w badaniach zastosowano procedurę polegającą na tym, że, przez odpowiednie przeskalowanie powierzchni modelu całego obiektu otrzymano zróżnicowaną (chropowatą) powierzchnię części (50x50m) obiektu eksperymentalnego, tworzącą fraktal, podobną do powierzchni całego obiektu i jednocześnie zbliżoną charakterem do powierzchni terenu na wspomnianych wyżej naturalnych obiektach doświadczalnych. Następnie otrzymaną powierzchnię tworzącą fraktal „dodano” w odpowiedni sposób do fragmentów powierzchni obiektu wygenerowanych na podstawie równania otrzymując w ten sposób ciągły obraz powierzchni chropowatej dla całego obiektu (Wysocki J., 2005).

Jak już wyżej wspomniano, współczynniki formuły (1) zostały oszacowane na podstawie badań, w których NMT tworzone tachimetrycznie. Ponieważ przy generowaniu cyfrowych modeli terenu będzie można również korzystać z NMT uzyskiwanych innymi metodami, np. poprzez digitalizację map warstwicowych gdzie dokładność oszacowania wysokości punktów jest niższa (Wysocki J., 2000, 2003), to postanowiono w oparciu o zbudowane modele komputerowe przeprowadzić badania w zakresie oceny dokładności aproksymacji powierzchni terenu również przy niższych dokładnościach określenia wysokości punktów NMT, oraz również przy większych kątach nachylenia terenu.

W związku z powyższymi względami, w oparciu o zbudowane modele komputerowe (Wysocki J., 2005) postanowiono przeprowadzić badania eksperymentalne w zakresie oceny dokładności cyfrowej aproksymacji powierzchni terenu, przyjmując średnie kąty nachylenia terenu wynoszące 2° oraz 6° . Dla obydwu wariantów wygenerowano siatki „pomierzonych” punktów NMT o gęstości co; $D=25\text{m}$, $D=50\text{m}$, $D=75\text{m}$ oraz $D=100\text{m}$. W celu uwzględnienia wpływu dokładności określenia wysokości punktów NMT, wysokości tych punktów „ubłędniono” poprzez wylosowanie przy pomocy programu statystycznego błędów „pomiaru” dla każdego punktu, przy założeniu normalności rozkładu wprowadzonych błędów. Do wszystkich powyższych wariantów wprowadzono oddzielnie dwa warianty błędów „pomiaru”; $A = \pm 0,5\text{m}$ oraz $A = \pm 1,0\text{m}$. W ten sposób na podstawie odpowiednich kombinacji powyższych różnych wariantów otrzymano 20 modeli-„obiektów”, które przedstawiono w Tabelicy 1.

Na podstawie tak otrzymanych numerycznych modeli terenu (NMT) wygenerowano cyfrowe modele powierzchni terenu (CMT), które poddano następnie ocenie dokładności. CMT wygenerowano przy pomocy pakietu C-GEO wykorzystując „metodę funkcji sklepanych” uznawaną za jedną z lepszych przy tego typu zadaniach interpolacyjnych (w terenie równinnym).

Tabl. 1.

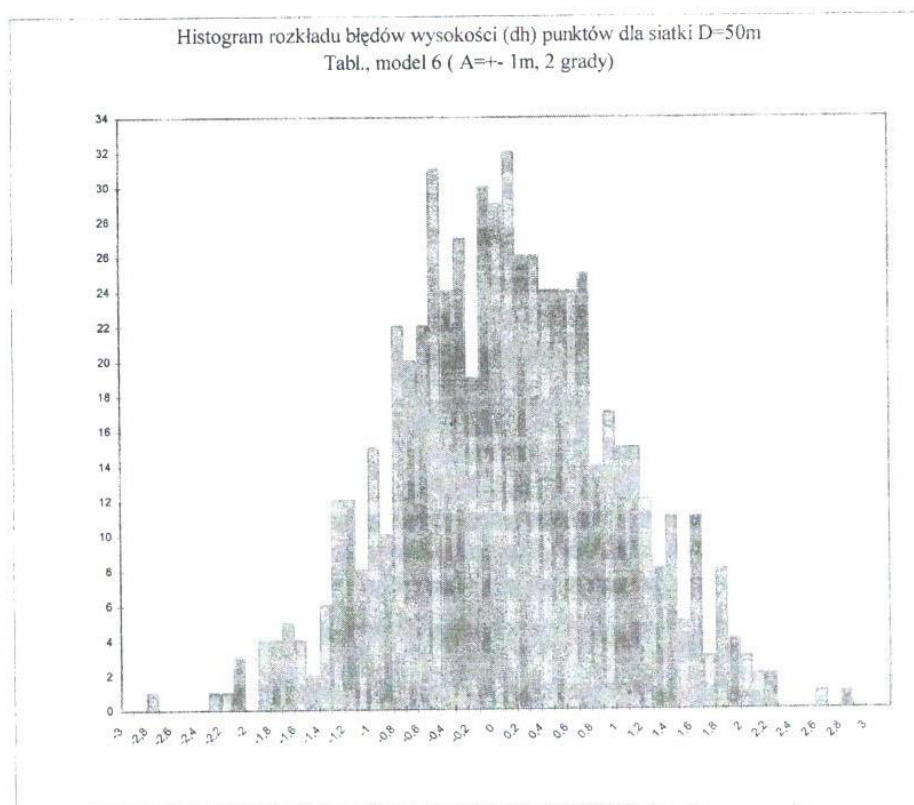
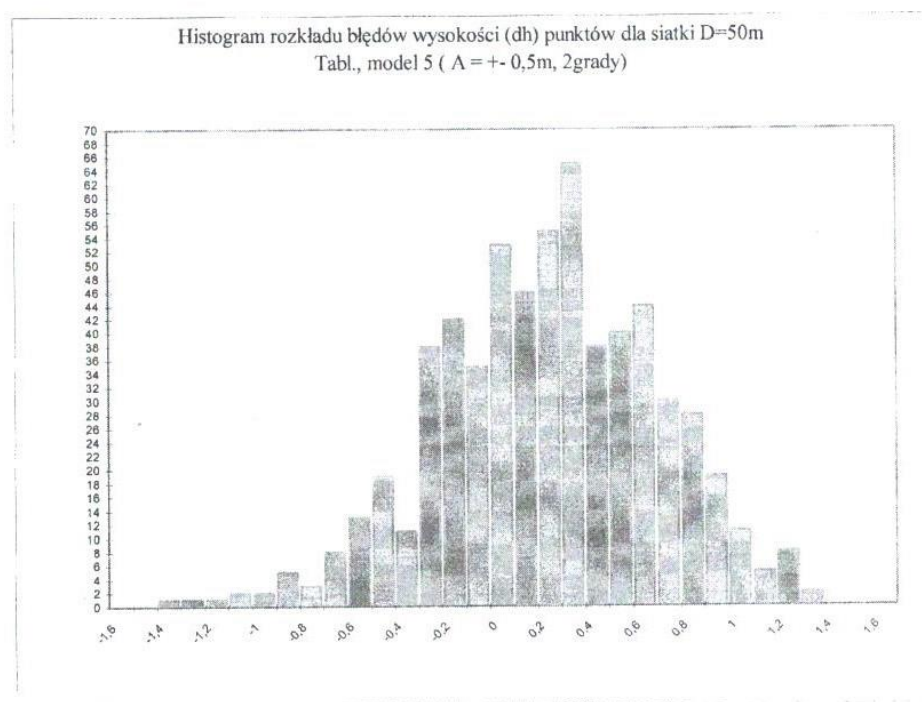
Dokładność cyfrowej aproksymacji powierzchni terenu w zależności od dokładności określenia wysokości punktów NMT oraz wartości kątów nachylenia terenu (wielkości liniowe podane w metrach)

Model „obiekt”	A	D	0,55 A ²	0,000015 (D ² tgα) ²	(D 0,0020) ²	M _h		m _{hF}		δM
						2 ^g	6 ^g	2 ^g	6 ^g	
1	-	25	-	0,005787	0,002500	0,15		0,10		0,05
2	0,50	25	0,1375			0,46		0,48		0,08
3	1,00	25	0,5500			0,78		0,73		0,03
4	-	50	-	0,09259	0,01000	0,24		0,32		- 0,08
5	0,50	50	0,1375			0,48		0,49		- 0,01
6	1,00	50	0,5500			0,89		0,81		0,08
7	0,50	75	0,1375	0,4687	0,02250	0,81		0,79		0,02
8	1,00	75	0,5500			1,01		1,02		-0,01
9	-	100	-	1,4814	0,04000	1,24		1,23		0,01
10	0,50	100	0,1375			1,28		1,29		-0,01
11	1,00	100	0,5500			1,42		1,44		-0,02
12	-	25	-	0,05236	0,002500		0,46		0,23	0,23
13	0,50	25	0,1375				0,65		0,44	0,21
14	1,00	25	0,5500				1,00		0,78	0,22
15	0,50	50	0,1375		0,01000		0,88		0,99	-0,11
16	1,00	50	0,5500				1,13		1,18	-0,05
17	0,50	75	0,1375	4,2409	0,02250		2,04		2,10	0,06
18	1,00	75	0,5500				2,10		2,19	-0,09
19	0,50	100	0,1375	13,4033	0,04000		3,75		3,68	0,07
20	1,00	100	0,5500				3,82		3,74	0,08

Dla potrzeb oceny dokładności utworzonego CMT, dla opracowanych modeli obliczono wysokości (H_m) odpowiednich zbiorów punktów kontrolnych, które wykorzystano do oceny dokładności aproksymacji powierzchni terenu dla każdego modelu. W tym celu na podstawie zbudowanych komputerowych modeli terenu (Wysocki J., 2005) tworzących „prawdziwe” (nie „ubłędnione”) modele powierzchni obliczono „prawdziwe” wysokości powierzchni terenu w punktach kontrolnych (H_i). Na podstawie błędów wysokości w punktach kontrolnych, dla każdego modelu obliczono średni błąd określający dokładność cyfrowej aproksymacji powierzchni terenu według formuły:

$$M_h = \pm \sqrt{\frac{dh^2}{n}} \quad (2)$$

$$dh = H_m - H_i$$



Rys.1. Objaśnienia w tekście

gdzie:

H_m - wysokości punktów kontrolnych cyfrowego modelu powierzchni terenu,

H_t - „prawdziwe” wysokości punktów kontrolnych,

n - liczba punktów kontrolnych.

Wyniki opracowań zostały przedstawione w Tablicy , zaś na rysunku przedstawiono przykładowe histogramy rozkładu błędów dh dla wybranych cyfrowych modeli powierzchni terenu. W oparciu o wartości M_h obliczone dla wszystkich modeli podanych w Tablicy , wyznaczono współczynniki równania (1), których wartości przedstawiono w równaniu (3):

$$m_h^2 = 0,55 A^2 + 0,000015 (D^2 \operatorname{tg} \alpha)^2 + (D 0,0020)^2 \quad (3)$$

Przeprowadzone badania eksperymentalne wskazały na potrzebę uwzględnienia „silniejszego” wpływu wymiaru siatki D i kąta nachylenia terenu α w stosunku do wyników otrzymanych w oparciu o badania przeprowadzone na terenowych obiektach doświadczalnych (Wysocki J., 2005). Wyjaśnienie tego może wynikać z faktu, że jak już wyżej wspomniano, badania terenowe z uwagi na ich duże koszty przeprowadzono głównie na terenach równinnych, które są jednocześnie najistotniejsze w zakresie potrzeb projektowych. W związku z tym ekstrapolacja ich wyników na tereny o większych kątach nachylenia i przy większych wymiarach siatek punktów nie dała dobrych rezultatów. Badania eksperymentalne pozwoliły na uogólnienie tego zagadnienia. Przeprowadzone badania wskazały również na potrzebę zwiększenia wartości współczynnika p_1 , którego wartość w wynikach badań na obiektach terenowych przyjęto równą 0,45. Należy jednak dodać, że wartość ta została przyjęta „arbitralnie” w oparciu o dane z literatury (Wysocki J., 2005). Przeprowadzone badania eksperymentalne pozwoliły na lepsze oszacowanie wartości tego współczynnika. W Tablicy podano również różnice wartości błędów średnich M_h obliczonych dla poszczególnych modeli:

$$\delta M = M_h - m_{hF} \quad (4)$$

gdzie: m_{hF} wyraża wartość błędu obliczoną według formuły (3).

Należy zauważyć, że otrzymano dobre wpasowanie równania (3) w wartości błędów M_h otrzymane w wyniku przeprowadzonych badań eksperymentalnych. Może to potwierdzać praktyczną przydatność tej formuły przy prowadzeniu tego typu badań i analiz. Opracowana formuła odnosi się do „metody funkcji sklepanych” uznawanej za jedną z lepszych przy tego rodzaju zadaniach interpolacyjnych (w terenie równinym). Wykonanie opracowań z wykorzystaniem innych metod interpolacyjnych może dać trochę inne wyniki, na co wskazują wstępne badania przeprowadzone przez autora w tym zakresie.

Proponowana metoda oceny dokładności cyfrowej aproksymacji powierzchni terenu na podstawie przedstawionej formuły może znaleźć zastosowanie w zagadnieniach wykorzystania cyfrowych modeli terenu dla potrzeb projektowych, przede wszystkim może znaleźć zastosowanie :

- do prognozowania dokładności numerycznej/cyfrowej aproksymacji powierzchni terenu w zależności od dokładności wyznaczenia wysokości punktów NMT, przeciętnej odległości tych punktów oraz nachyleń terenu na rozpatrywanym obszarze,
- pogładowej oceny przez użytkownika dokładności cyfrowej aproksymacji powierzchni terenu jaką może oszacować na podstawie posiadanej siatki punktów NMT, spełniającej założone, powyższe warunki.

Otrzymane w przeprowadzonych badaniach eksperymentalnych wyniki wykazują dużą spójność z kryteriami przewidywanymi dla mapy zasadniczej w warunkach polskich. Jest to ważna dodatkowa

przesłanka, że proponowana metoda oceny dokładności cyfrowej aproksymacji powierzchni terenu na podstawie przedstawionej formuły może znaleźć zastosowanie w zagadnieniach wykorzystania cyfrowych modeli terenu dla potrzeb projektowych.

Należy dodać, że prowadzone badania dobrze wpisują się w prace nad ustaleniem standardów dotyczących infrastruktury informacji przestrzennej w ramach przyjętej już w Unii Europejskiej dyrektywy INSPIRE, obejmującej również cyfrowe modele wysokości powierzchni terenu. Podjęte przez autora badania eksperymentalne z wykorzystaniem generowanych przy pomocy komputera modeli terenu mogą być dobrym uzupełnieniem oraz rozszerzeniem i uszczegółowieniem badań terenowych, a ich istotną zaletą są niezbyt duże koszty w porównaniu z takimi badaniami prowadzonymi na obiektach naturalnych.

1. Mandelbrot B.B.: *The fractal geometry of nature*. W.H. Freeman and Co., New York 1982.
2. Wysocki J.: *Comparative analysis of chosen methods of testing contour lines*. Ann. Wars. Agricult. Univ. SGGW, Land Reclam. 19, 1981.
3. Wysocki J.: *O dokładności map warstwicowych przy cięciu równym 0,25m*. Przegląd Geodezyjny Nr 4-5, s. 13-15, Warszawa 1985.
4. Wysocki J.: *Problemy dokładności nowoczesnych technik opracowania wielkoskalowych map warstwicowych pod kątem potrzeb wodnomelioracyjnych*. Rozprawy naukowe i monografie, Wydawnictwo SGGW-AR, ss. 100, Warszawa 1987.
5. Wysocki J.: *On the approximation of the land surface in the computerised methods of working out contour lines*. Ann. Wars. Agricult. Univ. SGGW, Land Reclam 28, 1997.
6. Wysocki J., Karaszkiewicz W.: *Możliwości wykorzystania numerycznego modelu terenu metodą GPS jako bazy danych dla nakładki wysokościowej do mapy katastralnej*. Międzynarodowa Konferencja „Cadastre, Photogrammetry, Geoinformatics”, Zeszyty Naukowe Politechniki Lwowskiej, Geodezja, kartografia i aerofotosjomka. Vyp. 29, s. 179-186, Wydaw. „Lwowska Politechnika”, Lwów. 1998.
7. Wysocki J.: *Numeryczny model terenu jako baza danych dla przestrzennego urządzania zlewni i potrzeb konstrukcji inżynierskich*. Konf., SGGW, PAN „Problemy kształtowania środowiska obszarów wiejskich”, Przegl. Nauk. Wyd. IiKŚ, z. 15, s. 66-72 Warszawa 1998.
8. Wysocki J.: *Metody GPS i możliwości ich zastosowania do tworzenia numerycznego modelu terenu (NMT) dla inżynierii środowiska*. Przegląd Naukowy WliKŚ, z. 17, Warszawa 1999.
9. Wysocki J.: *Geodezja z fotogrametrią dla inżynierii środowiska i budownictwa*. Wydawnictwo SGGW ss. 362 (podręcznik dot. przez MEN), Warszawa 2000.
10. Wysocki J.: *Zagadnienie oceny dokładności aproksymacji powierzchni terenu przy pomocy metod geodezyjnych*. Międzynarodowa Konferencja „Cadastre, Photogrammetry, Geoinformatics”, Lwów 2003. Zeszyty Naukowe Politechniki Lwowskiej, Geodezja, kartografia i aerofotostnimanija, Vyp. 64. Wydaw. „Lwowska Politechnika”, Lwów 2003.
11. Wysocki J.: *Dokładność aproksymacji powierzchni terenu z wykorzystaniem modeli cyfrowych w aspekcie badań eksperymentalnych*. Międzynarodowa Konferencja „Kataster, Fotogrametria, Geoinformatyka” Kraków 2005. Zeszyty Naukowe Politechniki Lwowskiej, Geodezja, kartografia i aerofotostnimanija. Vyp. 66, Wydaw. „Lwowska Politechnika”, Lwów 2005.
12. Wysocki J.: *Dokładność cyfrowych modeli terenu w aspekcie badań eksperymentalnych*. Przegląd Geodezyjny, nr 6, Warszawa 2005.

Recenzował: prof. dr hab. inż. Oleksandr Dorozhynskyy