

ВПЛИВ ВЕРТИКАЛЬНИХ РЕБЕР НА ЖОРСТКІСНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИЛОСНИХ ЄМНОСТЕЙ ДЛЯ ЗБЕРІГАННЯ ЗЕРНА

© Махінько Н. О., 2018

Досліджено поведінку циліндричної металевої ємності під навантаженням за різної кількості вертикальних ребер жорсткості як для коротких споруд із закріпленням всіх точок, так і для відносно високих споруд із закріпленням лише опорних точок ребер. Величини радіальних прогинів порівнювались для ємностей, виконаних з плоских та профільованих листів різної товщини. Приділено увагу формі, довжині та основним геометричним характеристикам вертикальних ребер та їх впливу на роботу ємності. Зазначені наближені формули, які дають змогу оцінювати площу поперечного перерізу, моменту інерції та моменту опору ребра в широкому діапазоні значень товщин. Наведений числовий приклад ілюструє зручність виконання попередньої оцінки товщини ребра в запас надійності. Проаналізовано зміну внутрішніх зусиль поздовжньої сили та згинального моменту у вертикальних ребрах та їх радіальний прогин при осесиметричному розтягуючому зусиллі в ємності та при дії асиметричного навантаження за епюрою вітрового тиску.

Ключові слова: циліндрична ємність, ребра жорсткості, осесиметричне навантаження, радіальний прогин.

N. Makhinko

National Aviation University,
Department of Computer Technology of Construction

THE INFLUENCE OF VERTICAL STIFFENERS ON THE STIFF CHARACTERISTICS OF SILO CAPACITIES FOR GRAIN STORAGE

© Makhinko N., 2018

The paper deals with the behavior of cylindrical steel capacity under the load with different number of vertical stiffeners. It was studied both short constructions with the clamp in all points and relatively tall constructions with the clamp in only supporting points of ribs. Quantities of radial deflections was compared for capacities made from flat and shaped sheets of different thickness. It was shown that deflections of capacities will be bigger than capacities without ribs under axially symmetric load and small quantity of ribs. During the increase of the quantity of ribs, bending deflections is expanding too until they obtain their maximum point. After this monotone decrease began. The given tendency is the general characteristic feature of capacities of both flat and shaped sheets. But it differs in place of deflection points in quantitative ratio. Under the asymmetric load and small quantity of vertical ribs the quantity of deflections is far less than in ribless capacities. A domain can appear for shells from flat sheets of small thickness within which deflections increase insignificantly. The shape, length, main geometric characteristics of vertical ribs and their influence on the work of the capacity were studied in details. It was represented approximate formulas that allow estimating correctly the area of cross-section, moment of inertia and moment of the rib support in wide range of thicknesses value. The given numerical example illustrates convenience of doing preliminary estimate of the rib thickness in safety margin. It was analyzed the changing of

longitudinal force and bending moment in vertical ribs and their strain in capacity under axially symmetric expanding effort and under the asymmetric load, according to diagram of wind pressure. The results show that end effect for capacities of small elongation spread to all the height under axially symmetric expanding effort. But it decays in some way near the middle of the capacity, which thickness is growing. The higher is the capacity, the lesser is the effect of ribs on its stiffness. And zone of the end effect moves to the end wall. During the increase of the thickness of capacity, the diagram of moments is buckling and a domain for zero value moments is appearing. Under the asymmetric load the efficiency of vertical ribs increases, particularly when its number is big enough. It was mentioned graphical illustrations of capacities' deflection in different combinations of loads and variation of rib's height, pattern and the thickness of sheets of the body.

Key words: steel cylindrical structure, vertical stiffeners, axisymmetric load, radial deflection.

Вступ. Гнучкий зовнішній каркас вертикальних циліндричних ємностей являє собою систему вертикальних ребер, що передають на основу всі вертикальні навантаження та встановлені з певним кроком за периметром ємності. Кількість ребер, їх форма, довжина та геометричні характеристики однозначно впливають на величину радіальних прогинів ємності. Саме тому дослідження впливу окреслених параметрів є важливим питанням для розрахунку таких споруд.

Огляд наукових джерел і публікацій. Вертикальні ребра жорсткості є важливими конструктивними елементами силосної ємності. Їх дослідження фігурують у працях провідних науковців, що займаються вивченням окресленої проблематики [1–4].

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. Розглядається питання зміни внутрішніх зусиль у вертикальних жорсткісних елементах та характер деформування силосної ємності на різних висотних рівнях та за дії різних типів навантажень. При цьому до аналізу залучені як профільовані, так і плоскі варіанти обшивки різної товщини.

Мета та завдання дослідження. Реальна сталева ємність для зберігання сипкого матеріалу має густо поставлені вертикальні ребра. Оскільки типи поперечних перерізів цих ребер не відрізняються значною різноманітністю, цілком доцільно сформулювати загальне уявлення про роботу вертикальних ребер за осесиметричного навантаження та ступеня їх впливу на роботу циліндричних ємностей під навантаженням. Частково для можливості порівняльного аналізу в статті розглянуто випадки асиметричного завантаження.

Методика досліджень. На перший погляд видається, що введення додаткових елементів, якими є вертикальні ребра, однозначно сприяє підвищенню загальної жорсткості ємностей. Проте це не зовсім відповідає дійсності. Для ілюстрації поведінки ємності під навантаженням було виконано серію статичних розрахунків у разі варіювання кількості n_p вертикальних ребер, рівномірно розставлених за периметром ємності. При значеннях $n_p = 5, 10, 20, 25, 40, 50$ і 100 проаналізовано величину радіального прогину w_z ємностей, що складаються з плоских та профільованих листів завтовшки $t_w = 1$ та 3 мм (для профільованого листа використовували параметри висоти хвилі $h_w = 7$ мм та крок $l_w = 128$ мм). Кріплення панелей ємності до основи приймали шарнірним. Результати розрахунку для різних схем завантажень наведено на рис. 1–4.

За осесиметричного навантаження та малої кількості ребер прогини ємностей як з плоских, так і з профільованих листів є більшими, ніж у ємності без ребер. При цьому до певної величини n_{p1} вони зберігають стале значення, після чого різко зростають та збільшуються, поки кількість вертикальних ребер не дорівнюватиме деякому значенню n_{p2} . Надалі прогини монотонно зменшуються, перетинаючи лінію прогинів ємності без ребер. Ця тенденція загалом характерна для ємностей як з плоских, так і профільованих листів, але в кількісному відношенні відрізняється положенням точок перегину n_{p1} і n_{p2} на шкалі n_p .

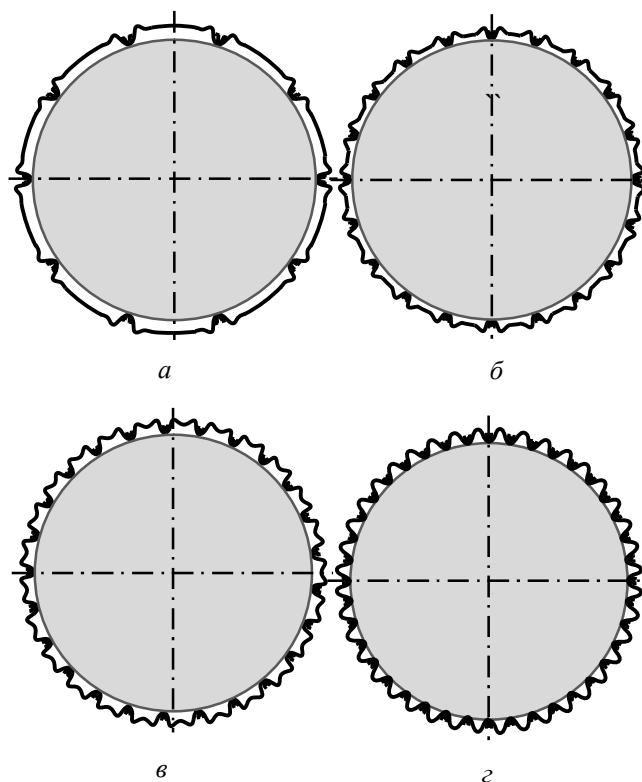


Рис. 1. Характер деформування ємностей з плоских листів за різної кількості вертикальних ребер жорсткості та осесиметричного навантаження:

$a - n_p = 10$; $б - n_p = 20$; $в - n_p = 25$; $г - n_p = 40$

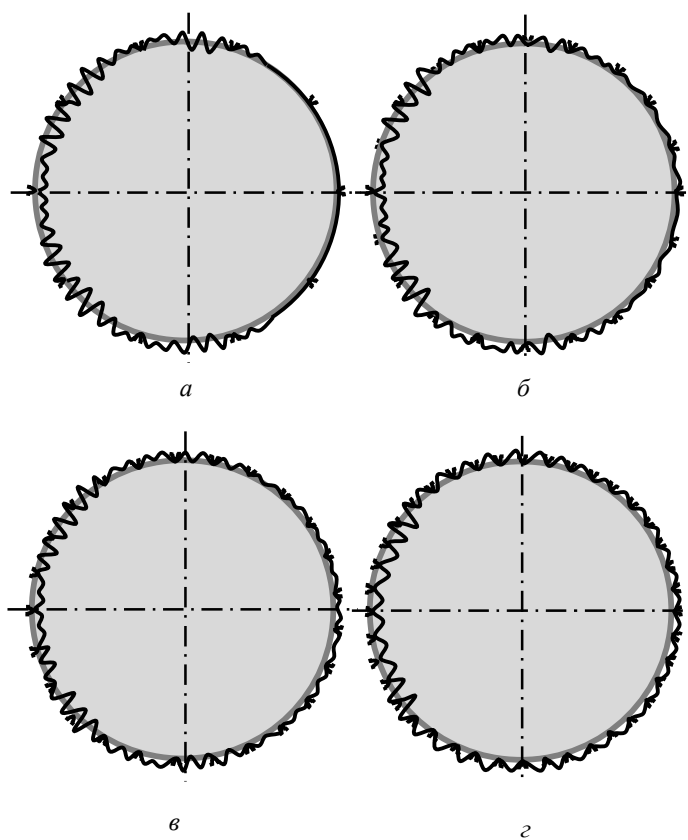


Рис. 2. Характер деформування ємностей з плоских листів за різної кількості вертикальних ребер жорсткості та асиметричного навантаження:

$a - n_p = 10$; $б - n_p = 20$; $в - n_p = 25$; $г - n_p = 40$

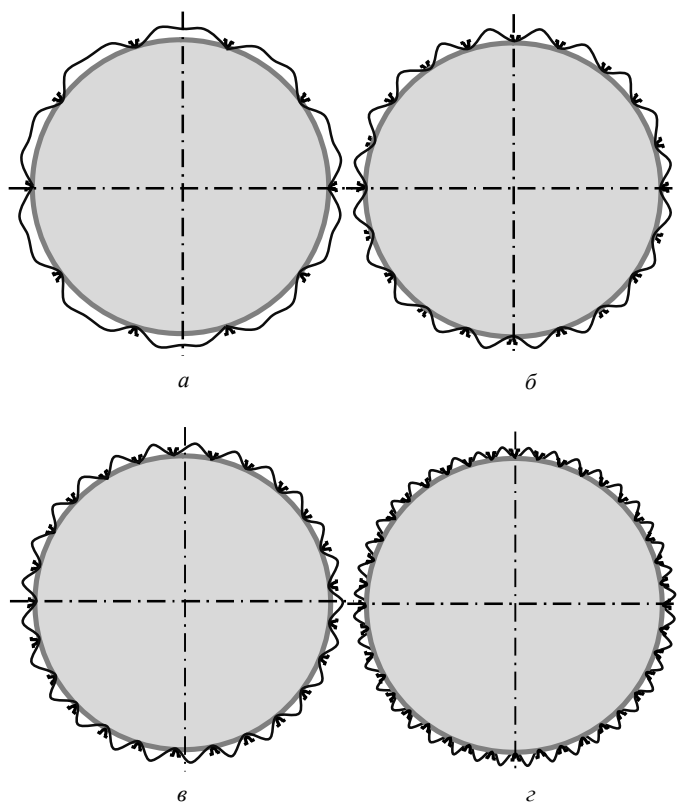


Рис. 3. Характер деформування ємностей з профільованих листів
за різної кількості вертикальних ребер жорсткості та осесиметричного навантаження:
 $a - n_p = 10$; $б - n_p = 20$; $в - n_p = 25$; $г) n_p = 40$

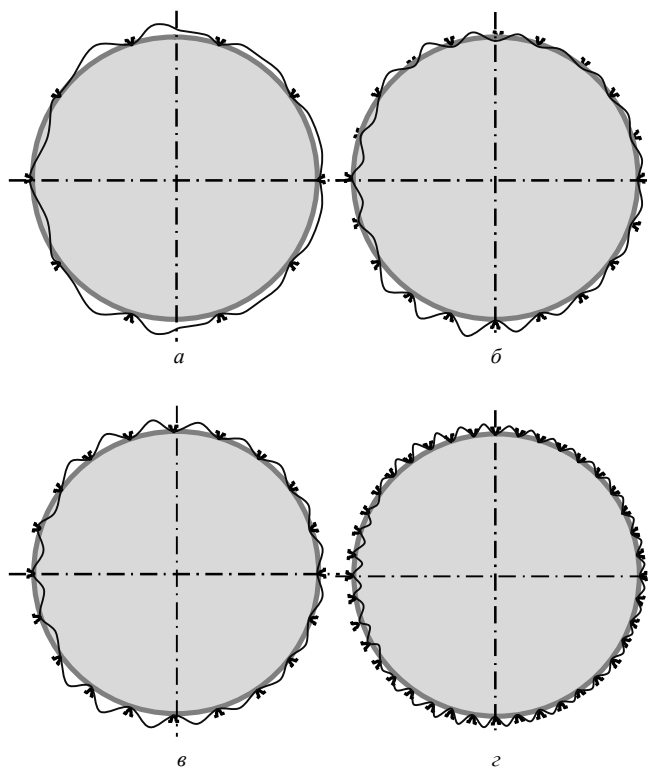


Рис. 4. Характер деформування ємностей з плоских листів
за різної кількості вертикальних ребер жорсткості та асиметричного навантаження:
 $(a) n_p = 10$; $(б) n_p = 20$; $(в) n_p = 25$; $(г) n_p = 40$

Для плоских листів завтовшки понад 1 мм значення n_{p1} і n_{p2} зсуваються повільно ліворуч, водночас зменшуючи дистанцію між собою. Для профільованих листів цей зсув швидший, а різниця $n_{p2} - n_{p1}$, яка зменшується зі зростанням товщини, набагато менша, ніж для ємностей з плоских листів. Пояснити таку поведінку можна тим, що за відсутності вертикальних ребер сталеві ємності як оболонки обертання знаходяться в безмоментному стані, а листи корпусу сприймають включно розтягувальні напруження.

Із введенням невеликої кількості ребер відбувається різкий перехід до моментного стану, а листи обшивки починають сприймати значні згинальні зусилля між сусідніми ребрами. За малої кількості ребер та відповідно більшої відстані між ними згинальні зусилля спостерігаються лише в приопорній зоні, за межею якої листи працюють лише на розтяг (див. горизонтальну ділянку на графіках рис. 5, а та схеми деформування на рис. 1 та 3).

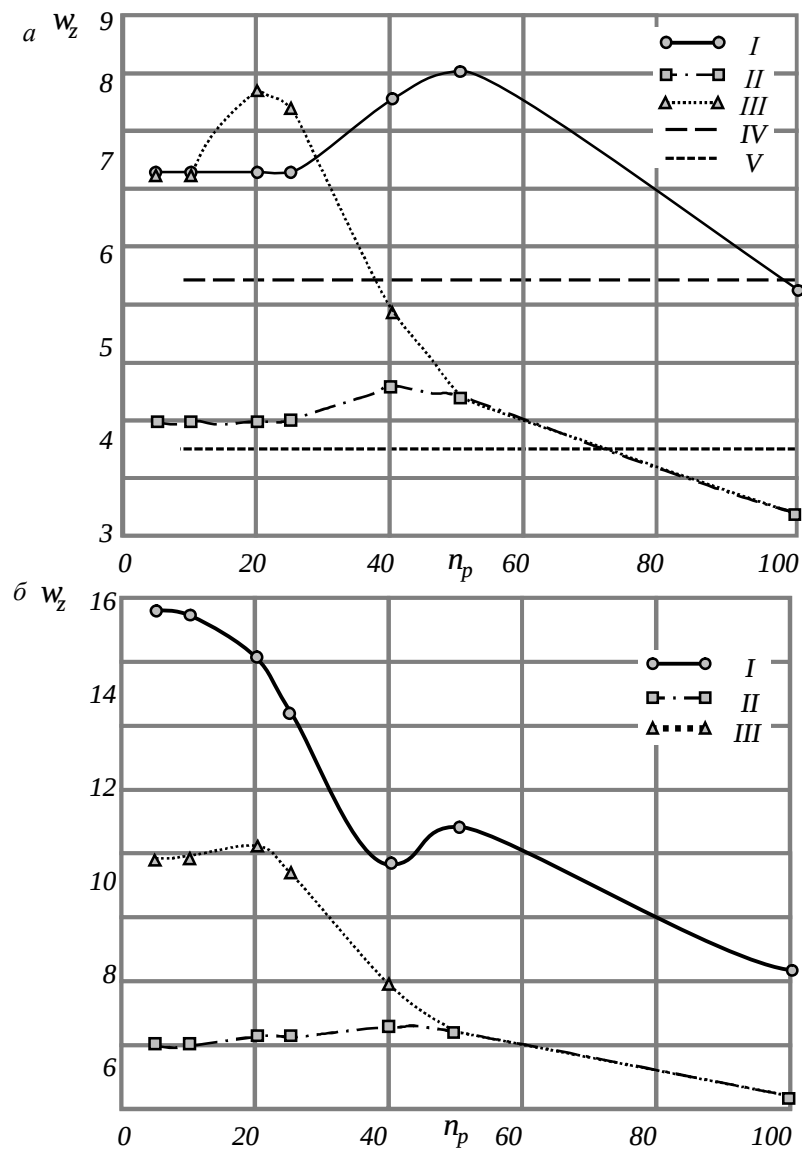


Рис. 5. Залежність прогинів ємності за різної кількості ребер жорсткості:
а – осесиметричне навантаження; б – асиметричне навантаження за епюрою
вітрового тиску: I – плоский лист 1 мм; II – плоский лист 3 мм;
III – профільований лист 1 мм; IV і V – ємність без ребер при плоскому листі 1 мм і 3 мм

Зі зростанням кількості ребер довжина ділянок, де спостерігаються лише розтягувальні зусилля, зменшується, та врешті настає випадок, коли в усіх точках корпусу виникає і розтяг, і згин – точка n_{p1} на шкалі n_p . З подальшим збільшенням кількості вертикальних ребер згинальні прогини ємності зростають, доки не досягнуть свого максимуму в точці n_{p2} . Після цього в силу великої кількості ребер, а отже, і малої відстані між ними згинальні прогини починають швидко зменшуватися. В цій ситуації робота профільованих листів, що мають збільшений опір згинальним напруженням, є більш виправданою, що і відображається на характері залежності $w_z - n_p$ (рис. 5, а).

За асиметричного завантаження характер залежності $w_z - n_p$ дещо інший (рис. 5, б). По-перше, за малої кількості вертикальних ребер величина прогинів набагато менша, ніж у безреберних ємностей. Це легко аргументувати тим, що за асиметричного завантаження ємності вже знаходяться в моментному напруженому стані, і введення навіть малої кількості додаткових елементів сприяє збільшенню загальної жорсткості оболонки. У профільованих оболонках це яскравіше виражено, ніж у плоских, хоча для останніх зменшення прогинів відбувається відразу, без затримки (рис. 5, б).

По-друге, для прогину оболонок, складених з плоских листів малої товщини, спостерігається мінімум в околі числа ребер n_{p3} . У кількісному плані він не чітко виражений, має локальний характер, а його положення відповідає максимальній ординаті розподілу асиметрично прикладеного навантаження. Тому можна зробити обережний висновок, що для оболонок з плоских листів малої товщини при завантаженні асиметричним навантаженням за епюрою вітрового тиску за кількості вертикальних ребер від n_{p3} до n_{p4} можлива поява ділянки, в межах якої прогини збільшуються на незначну величину. За кількості ребер $n_p > n_{p4}$ прогини ємностей починають монотонно зменшуватися.

У всіх сформульованих вище висновках не загострювали уваги на формі, довжині та жорсткісних характеристиках вертикальних ребер, а використовували лише їх кількість, щоби висвітлити позитивні та негативні моменти їх присутності в такій складній системі, якою є циліндрична ємність. Тому доцільно детальніше розглянути окреслені моменти. Насамперед звернемо увагу на опис основних геометричних характеристик вертикальних ребер.

Вертикальним ребрам відведено подвійну роль: сприйняття вертикальних навантажень з подальшим передаванням їх на фундамент та забезпечення загальної жорсткості ємності. З цього випливає, що основними геометричними характеристиками, які впливають на роботу ємності, є площа поперечного перерізу A_p та момент інерції J_p ребра відносно центральної осі X_0 (рис. 6).

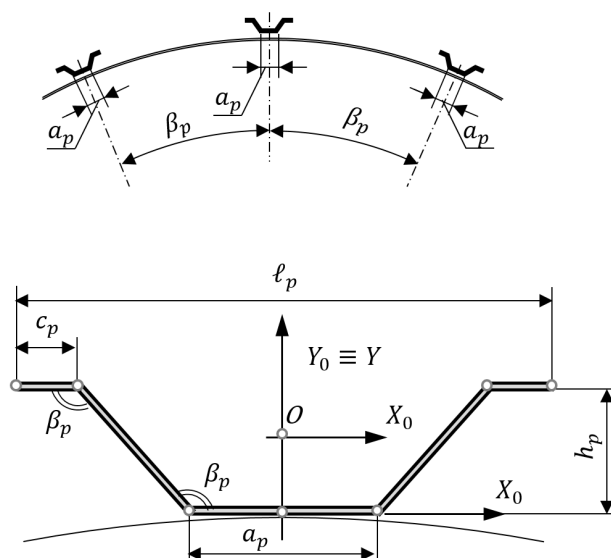


Рис. 6. Схема для визначення геометричних характеристик вертикального ребра та переходу до еквівалентної оболонки

Знаходять характеристики відповідно до формул:

$$A_p = h_p t_p k_A, \quad J_p = h_p^3 t_p k_J, \quad (1)$$

$$k_A = g_2 + 2(1/\operatorname{tg} b_p + 1/\sin b_p), \quad (2)$$

$$k_J = g_1 k_y^2 + (1 - k_y)^2 (g_2 - g_1 + 2/\operatorname{tg} b_p) + 1/(6 \sin b_p), \quad (3)$$

$$k_y = \frac{(g_2 - g_1) \sin b_p + 1 + 2 \cos b_p}{g_2 \sin b_p + 2(1 + \cos b_p)}, \quad (4)$$

де $g_1 = a_p / h_p$, $g_2 = \mathbf{l}_p / h_p$ – співвідношення габаритних розмірів ребер; k_y – безрозмірний параметр, що визначає положення центра ваги ребра від його основи – $y_p = h_p k_y$.

Формули (1) – (4) є наближеними, проте дають змогу коректно оцінювати величини A_p і J_p в широкому діапазоні значень товщин t_p . Отримані вони за класичними прийомами опору матеріалів, враховуючи тонкостінність вертикальних ребер, тобто для значень $t_p \ll h_p \wedge \mathbf{l}_p$.

З аналізу структури формул можливо зробити два висновки. По-перше, площа поперечного перерізу ребра не залежить від величини a_p , а визначається виключно товщиною ребра t_p , його довжиною $\mathbf{l}_p$ та нахилом бокових граней b_p . По-друге, положення центра тяжіння ребра та відношення моменту інерції до площі його поперечного перерізу не залежать від товщини t_p , відповідно, і радіус інерції i_p також є величиною, що не залежить від t_p

$$i_p = h_p \sqrt{k_J / k_A}. \quad (5)$$

Неважко також буде записати формулу для обчислення моментів інерції перерізу вертикальних ребер

$$W_{\max} = J_p / (y_p + 0.5 t_p), \quad W_{\min} = J_p / (h_p - y_p + 0.5 t_p). \quad (6)$$

Якщо знехтувати останнім доданком у знаменнику, отримаємо менш точні, проте зручніші для практичного використання залежності

$$W_{\max} = h_p^2 t_p k_J / k_y, \quad W_{\min} = h_p^2 t_p k_J / (1 - k_y). \quad (7)$$

Наведені вирази мають практичну користь. Умову міцності стиснуто-зігнутого ребра можна подати у вигляді

$$N_p / A_p + M_p / W_{\min} \leq R_y g_c, \quad (8)$$

де N_p і M_p – відповідно поздовжня сила та згинальний момент.

Підставляючи до формули (8) залежності (1) та (7) та ввівши позначення для ексцентриситету прикладання зусилля $e_p = M_p / N_p$, зможемо записати

$$t_p \geq \frac{N_p}{R_y g_c h_p k_A} \cdot \left[1 + \frac{e_p}{h_p} \frac{k_A}{k_J} (1 - k_y) \right]. \quad (9)$$

Отже, формула (9) дає приблизну оцінку товщини ребра, причому оцінка ця йде в запас надійності.

Для ілюстрації виконаємо числовий приклад.

Ребро жорсткості силосів виробництва “Лубнимаш” має такі параметри: $h_p = 120$ мм, $a_p = 112$ мм, $\mathbf{l}_p = 280$ мм, $b = 110^\circ$. Обчислюємо за формулами (2)–(4) значення безрозмірних параметрів; при $R_y = 32$ кН/см² і $g_c = 1$ вираз (9) набуде такого зручного вигляду

$$t_p \geq 6.975 N_p (1 + 0.029 e_p) \cdot 10^{-3}. \quad (10)$$

Розглянемо питання про зміну внутрішніх зусиль N_p , M_p у вертикальних ребрах та їх радіальний прогин W_z за осесиметричного розтягувального зусилля в ємності і зростання їх висоти H_w . Певно, що характер цієї залежності визначатиметься протяжністю зони крайового ефекту на торцях оболонки, причому для зусиль N_p і M_p він буде різним. Оскільки осьової сили немає, поздовжнє зусилля в ребрі тотожне нулю за винятком доволі вузької смужки в місцях кріплення ємності, тому його можна не враховувати. Згинальний момент, навпаки, є пропорційним до другої похідної прогину ребра (відповідно до рівняння зігнутої осі стрижня) і матиме ненульові значення на значно більшій довжині за висотою ємності.

На рис. 7 наведено характер зміни згинального моменту за висотою ємності при варіюванні її висоти H_w і товщини t_w .

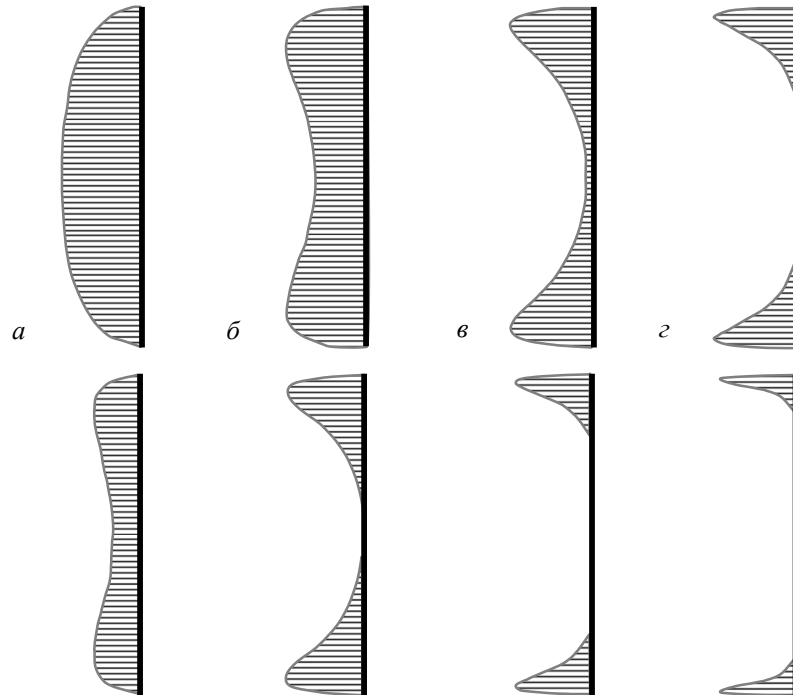


Рис. 7. Характер зміни згинального моменту за висотою ємності залежно від її товщини t_w (вгорі), $3t_w$ (внизу) та видовження $D_w = H_w / D_w$:
 $a - D_w = 0.5$; $б - D_w = 1.0$; $в - D_w = 2.0$; $г - D_w = 4.5$

З рисунка бачимо, що для ємностей малого видовження D_w крайовий ефект розповсюджується на всю висоту, хоча дещо загасає біля середини ємності зі зростанням її товщини t_w . За висотах H_w , співвимірних з діаметром, крайовий ефект проявляється меншою мірою, про що свідчить ввігнутість на епюрі моментів. Із зростанням товщини ємності ця “ввігнутість” розширяється і починає з’являтися ділянка нульових значень моментів. У межах цієї ділянки прогини ємності з вертикальними ребрами мають таку саму величину, як і ємності без ребер, тому їх можна оцінити за наведеними вище формулами. Це пояснюється тим, що за більших довжин ребер їх згинальна жорсткість настільки незначна, що виключає ребра з роботи, а їх прогини просто наслідують прогини самої ємності.

Що вищою стає ємність, то менше впливають ребра на її жорсткість, а зона крайового ефекту зміщується до торців. Певно, що протяжність ділянки нульових моментів скорочується із зростанням згинальної жорсткості вертикальних ребер, хоча швидкість такого скорочення доволі мала. При цьому значення згинальних моментів в зоні крайового ефекту збільшуються, а радіальні прогини зменшуються. Описана тенденція є інваріантною відносно кількості n_p вертикальних

ребер, розміщених за периметром ємності. Кількість ребер n_p відбивається лише на функціональній залежності $M_p(n_p)$: до деякої величини n_p моменти залишаються постійними, після чого починають зростати, наближаючись до тієї величини моменту крайового ефекту, який виникає в циліндричних ємностях такої самої жорсткості, яку забезпечують ємності з густо поставленими вертикальними ребрами. Отже, за осесиметричного навантаження ефективність вертикальних ребер є дещо сумнівною.

Якщо розглянути характер деформування ємностей за дії асиметричного навантаження за епюрою вітрового тиску, то ефективність вертикальних ребер збільшується, особливо за доволі великої їх кількості. На рис. 8 показано лінії прогинів корпусу ємностей за послідовного збільшення кількості вертикальних ребер n_p . З рисунка видно, що за малої кількості ребер лінія прогинів помітно відрізняється від лінії прогинів не підкріпленої ємності, поступово наближаючись до неї із зростанням n_p . Процес зростання ребер також характеризується зниженням у них величини поздовжньої сили, згинального моменту та зменшенням переміщень точок корпусу. Лінії прогинів на рис. 7 побудовано для перерізів, достатньо віддалених від точок закріплення ребер; у приопорній зоні лінія прогинів має інший вигляд та загалом нагадує епюри, зображені на рис. 2.

Відмінності присутні у зв'язку з тим, що раніше розглядали коротку ємність з закріпленням всіх точок, а в цьому випадку є відносно висока ємність із закріпленням лише опорних точок ребер.

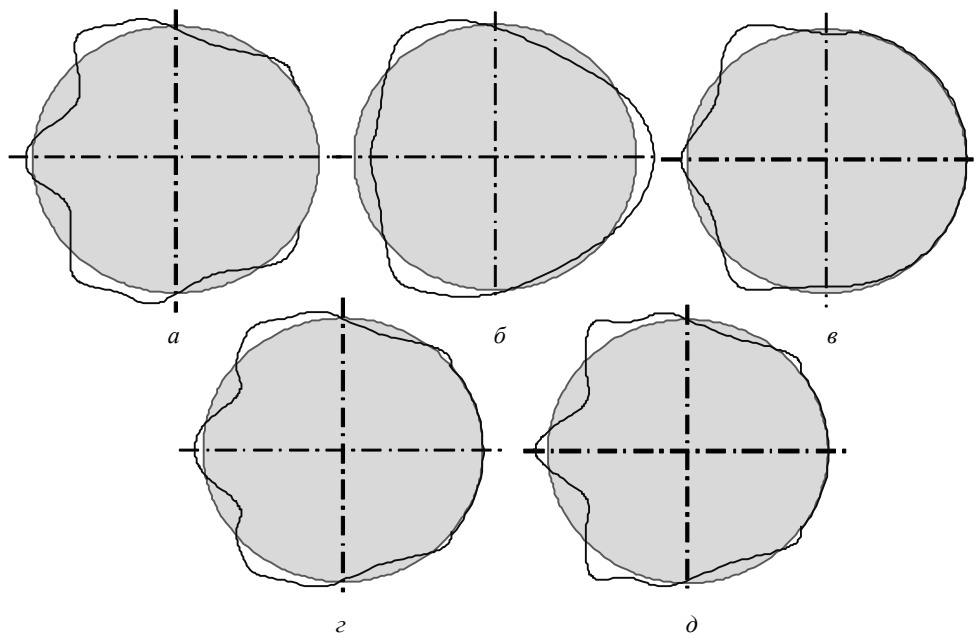


Рис. 8. Характер деформування ємностей, підкріплених вертикальними ребрами жорсткості, за дії асиметричного навантаження за епюрою вітрового тиску при $D_w=1$:

$$a - n_p = 0 ; б - n_p = 5 ; в - n_p = 10 ; г - n_p = 20 ; д - n_p = 50$$

При введенні до розрахункової схеми, крім радіального осесиметричного навантаження, ще й осесиметричного навантаження вздовж твірної, ефективність вертикальних ребер максимальна, оскільки вони сприймають всі зусилля стиску. Якщо верх та низ ємності звільнити від усіх закріплень, зафіксувавши лише лінійні переміщення нижніх точок ребер жорсткості, то останні передаватимуть стискне навантаження на основу. Позначивши інтенсивність цього навантаження g та прийнявши, що його рівномірно розподілено за висотою ємності, зусилля N_p у кожному ребрі на рівні z від її верху можна визначити за формулою

$$N_p(z) = p g D_w z / n_p. \quad (11)$$

Формула (11) завдяки тому, що не враховує сумісної роботи зовнішнього каркаса з обшивкою, забезпечує певний запас в оцінці числових значень. Крім того, припущення про те, що всі зусилля стиску сприймаються лише вертикальними ребрами, дає змогу прирівняти до нуля меридіональні та кільцеві напруження в листах корпусу ємності та припустити, що вони працюють лише на осесиметричне та асиметричне радіальне навантаження.

Висновки. 1. За осесиметричного навантаження та малої кількості ребер прогини ємностей як з плоских, так і профільованих листів є більшими, ніж у ємності без ребер. Зі зростанням кількості ребер згинальні прогини ємності збільшуються, доки не досягнуть свого максимуму, і після цього починають монотонно зменшуватися. Ця тенденція загалом характерна для ємностей як з плоских, так і профільованих листів, але в кількісному відношенні відрізняється положенням точок перегину.

2. За асиметричного завантаження та малої кількості вертикальних ребер величина прогинів набагато менша, ніж у безреберних ємностей. У профільованих оболонках це яскравіше виражено, ніж у плоских. Для оболонок з плоских листів малої товщини можлива поява ділянки, в межах котрої прогини збільшуються на незначну величину.

4. Для ємностей малого видовження за осесиметричного розтягувального зусилля крайовий ефект розповсюджується на всю висоту, хоча дещо загасає біля середини ємності зі зростанням її товщини. Що вищою стає ємність, то менше впливають ребра на її жорсткість, а зона крайового ефекту зміщується до торців.

5. За дії асиметричного навантаження ефективність вертикальних ребер збільшується, особливо за доволі значної їх кількості.

1. Topkaya C. *Ideal Location of Intermediate Ring Stiffeners on Discretely Supported Cylindrical Shells* / C. Topkaya, J. M. Rotter // *Journal of Engineering Mechanics*. – ASCE, 2014. – Vol. 140. – Issue 4. – p. 1–10. – Mode of access: <https://ascelibrary.org> (дата звернення 07.02.2018 р.). 2. Zeybek Ö. *Requirements for intermediate ring stiffeners placed below the ideal location on discretely supported shells* / Ö. Zeybek, C. Topkaya, J. M. Rotter // *Thin-Walled Structures*. – ELSEVIER, 2017. – p. 21–33. – Vol. 115. – Mode of access: <https://www.sciencedirect.com> (дата звернення 07.02.2018 р.). 3. Wojcik M. *3D buckling analysis of a cylindrical metal bin composed of corrugated sheets strengthened by vertical stiffeners* / M. Wojcik, P. Iwicki and J. Tejchman. – *Thin Walled Structures*. – ELSEVIER, 2011. – p. 947–963. – Vol. 49. – Issue 8. – Mode of access: <https://www.sciencedirect.com> (дата звернення 07.02.2018 р.). 4. Банніков Д. О. *Вертикальні жорсткі сталеві ємності: сучасні концепції формоутворення* / Д. О. Банніков. – Д.: Моноліт, 2009. – 186 с. 5. Гольденвейзер А. Л. *Теория упругих тонких оболочек* / А. Л. Гольденвейзер. – М.: Наука, 1976. – 512 с. 6. Лессинг Е. Н. *Листовые металлические конструкции* / Е. Н. Лессинг, А. Ф. Лилеев, А. Г. Соколов. – М.: Стройиздат, 1970. – 490 с.

References

1. Topkaya C. and Rotter J. M. (2014), “Ideal Location of Intermediate Ring Stiffeners on Discretely Supported Cylindrical Shells”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 140, Issue 4, p. 1–10. 2. Zeybek Ö., Topkaya C. and Rotter J. M. (2017), “Requirements for intermediate ring stiffeners placed below the ideal location on discretely supported shells”, *Thin-Walled Structures*, Vol. 115, p. 21–33. 3. Wojcik M., Iwicki P. and Tejchman J. (2011), “3D buckling analysis of a cylindrical metal bin composed of corrugated sheets strengthened by vertical stiffeners”, *Thin-Walled Structures*, Vol. 49, Issue 8, p. 947–963. 4. Bannikov D. O. (2009), *Vertykalni zhorstki stalevi yemnosti: suchasni kontseptsii formoutvorennia* [Vertical rigid steel tanks: modern concepts of shaping], Monolit, Dnipropetrovsk [in Ukrainian]. 5. Goldenveyzer A. L. (1976), *Teoriya uprugih tonkih obolochek* [Theory of elastic thin shells], Nauka, Moscow [in Russian]. 6. Lessing E. N., Lileev A. F. and Sokolov A. G. (1970), *Listovyye metallicheskie konstruksii* [Sheet metal structures], Stroyizdat, Moscow [in Russian].