

І.М. Яворський^{1,2}, Р.М. Юзефович¹¹Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка НАН України, Львів,²Інститут телекомунікації Технологічно-природничого університету, Бидгощ, Польща

РОЗРОБЛЕННЯ АЛГОРИТМУ ТА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ВИДІЛЕННЯ ПОСЛІДОВНОСТІ ЦИКЛІВ НАПРУЖЕНЬ МЕТОДОМ “КРАПЛІ ДОЩУ”

О Яворський І.М., Юзефович Р.М., 2008

Обґрунтовано вибір моделі вібраційного процесу при її статистичному аналізі. Розглянуто і обґрунтовано використання методу “краплі дощу” для виділення послідовності циклів складних стохастичних навантажень. Розроблено відповідні алгоритм і програмне забезпечення, наведено результати їх застосування для виявлення циклів напружень у реальних сигналах вібрації від нормального та пошкодженого підшипників.

The choice of vibration signal model for stochastic analysis is proved in this paper. The selection of cycles sequency of complex stochastic loads based on the “rain-flow counting” method is shown. Special algorithm and software are developed. The results of their usage for real vibration signal from defective and normal rolling bearing are presented.

Вступ

Під час експлуатації різноманітних механічних конструкцій їхні елементи зазнають навантажень, які здебільшого змінюються в часі стохастично. Така зміна може бути спричинена як зовнішніми чинниками (акустичний шум, морське хвилювання, пориви вітру), так і внутрішніми (обертотий рух підшипників, зубчастих передач, валів, коліс трибових передач, приводних ременів, поступово-зворотний рух поршнів).

Часто зустрічаються випадки, коли механічні конструкції та їх складові працюють у таких умовах, що напруження, які в них виникають періодично, змінюють своє значення або значення і знак. За характером зміни у часі навантаження в таких конструкціях бувають постійними і змінними. При обертанні вала, навантаженого крутним моментом, одні і ті ж самі його волокна по чергово потрапляють то в зону стиску, то в зону розтягу. Також по черговий вхід в зачеплення зубців коліс викликає в них зміну напружень.

Причиною зміни напруження в таких механізмах є змінний характер при дії зовнішнього навантаження. Зміна навантаження, наприклад, на підвіску автомобіля, може бути пов'язана із завантаженістю (автомобіль може їхати завантажений повністю, частково або їхати без вантажу), з рельєфом місцевості (рух під гору, по рівній дорозі, в долину), з видом і якістю дорожнього полотна (грунтова дорога, асфальт, бруківка), з розгоном і зупинкою біля світлофора або дорожнього знака, з кваліфікацією водія і т.п. Кожен з цих факторів може по-різному впливати на зміну навантаження у декілька разів [1–3].

Характеристикою напруженості деталі є цикл напруження – сукупність послідовних значень напружень s за один період при регулярному навантаженні.

Дослідження показують [2–4], що деталі механічних конструкцій, які довгий час піддаються змінним стохастичним напруженням, руйнуються при напруженнях, значно менших за межу витривалості. Руйнування при циклічному навантаженні відбувається внаслідок виникнення мікротріщин у зоні концентрації напружень. Мікротріщини поступово розвиваються, проникають вглиб, поперечний переріз деталі ослаблюється, і в деякий момент відбувається миттєве руйнування.

В елементах механічних конструкцій під впливом стохастичних навантажень виникає втома, яка має також стохастичний характер. Її розглядають як неспадний випадковий процес $x(t)$, характеристики якого залежать від характеристик навантажень. Для оцінки ступеня втоми елементів конструкцій необхідно знати найістотніші для розвитку втоми характеристики навантажень. Такі характеристики можуть бути обґрунтовані тільки на основі певних математичних моделей навантажень. Побудова математичних моделей навантажень є одним з основних етапів при дослідженні накопичення втомних пошкоджень в елементах конструкцій [4].

Особливу роль у виникненні втомних пошкоджень відіграють так звані циклічні вібраційні навантаження, під впливом яких напруження в певні моменти часу змінюють свій знак на протилежний. За традиційного підходу до аналізу втоми циклічні навантаження описуються за допомогою детермінованих періодичних функцій часу. За основну характеристику ступеня втоми тоді приймається кількість циклів при заданій амплітуді гармонічної зміни напружень.

Мета роботи – показати, що при статистичному аналізі циклічних навантажень важливу роль відіграє вибір моделі реального процесу; описати алгоритм для виділення послідовності циклів складних стохастичних навантажень та показати його застосування для виявлення циклів напружень у реальних сигналах вібрації від нормального та пошкодженого підшипників.

Властивості когерентних оцінок імовірнісних характеристик

Детерміновані періодичні моделі в ідеалізованій формі описують повторюваність навантаження, але не відображають їх стохастичності. Однією з найпростіших моделей стохастичної циклічності є періодично корельовані випадкові процеси (ПКВП) [5, 6]. Властивості циклічних навантажень у межах такого підходу описуються за допомогою імовірнісних характеристик нестационарних випадкових процесів цього класу. Тривалість одного циклу визначається періодом корельованості ПКВП, який одночасно є періодом математичного сподівання і кореляційної функції. Сама форма циклу є складною та визначається виглядом як регулярної, так і флуктуаційної складових. Циклічність флуктуаційної складової полягає у періодичній зміні її потужності чи кореляційних зв'язків між окремими значеннями. Певна часова структура циклу існує завдяки корельованості тих формуючих його гармонік, частоти яких віддалені одна від однієї на відстань, кратну до $\frac{2p}{T}$. Кореляція між гармоніками відсутня, коли для

опису стохастичних циклічних навантажень використовується модель у вигляді стаціонарного випадкового процесу. Такий стаціонарний випадковий процес можна розглядати як стаціонарне наближення ПКВП, тобто як процес, характеристики якого отримуються за допомогою усереднення на періоді характеристик ПКВП. Математичне сподівання ПКВП $m(t) = Ex(t)$, де E – оператор усереднення, і кореляційна функція $b(t, u) = E \overset{0}{x}(t) \overset{0}{x}(t+u)$, $\overset{0}{x}(t) = x(t) - m(t)$ є періодичними функціями часу і можуть бути подані у вигляді рядів Фур'є:

$$m(t) = \sum_{k \in Z} m_k e^{ikw_0 t} = m_0 + \sum_{k \in \mathbb{Y}} (m_k^c \cos kw_0 t + m_k^s \sin kw_0 t),$$

$$b(t, u) = \sum_{k \in Z} B_k(u) e^{ikw_0 t} = B_0(u) + \sum_{k \in \mathbb{Y}} [B_k^c(u) \cos kw_0 t + B_k^s(u) \sin kw_0 t], \quad (1)$$

де $\mathbb{Y}$ – множина натуральних чисел, $w_0 = \frac{2p}{T}$.

Математичне сподівання описує регулярні цикли навантажень, дисперсія $d(t) = b(t, 0)$ – зміну потужності флуктуацій, а кореляційна функція – зміну кореляційних зв'язків між значеннями флуктуаційних навантажень в моменти часу t і $t+u$.

Ефективність та можливості когерентного методу оцінювання можуть бути досліджені тільки при проведенні аналізу стохастичних властивостей оцінок з врахуванням специфічних особливостей вібраційних циклічних навантажень. Припустимо, що усереднення виконується з використанням відрізка реалізації довжиною $q = NT$, N – натуральне число. Когерентна оцінка математичного сподівання має вигляд:

$$\hat{m}(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(t + nT), \quad t \in [0, T]. \quad (2)$$

Така оцінка є незміщеною $E\hat{m}(t) = m(t)$, а її дисперсія визначається виразом

$$D[\hat{m}(t)] = \frac{1}{N} \sum_{n=-N+1}^{N-1} \left(1 - \frac{|n|}{N}\right) b(t, nT). \quad (3)$$

Якщо кореляції загасають зі збільшенням зсуву u

$$\lim_{|u| \rightarrow \infty} b(t, u) = 0, \quad (4)$$

то $D[\hat{m}(t)] \rightarrow 0$ при $N \rightarrow \infty$. Це означає, що оцінка (2) є слушною. Дисперсія $D[\hat{m}(t)]$, як видно з (3), є періодичною функцією часу. Тому її можна подати у вигляді:

$$D[\hat{m}(t)] = g_0 + \sum_{l \in \mathbb{Z}} (g_l^c \cos lw_0 t + g_l^s \sin lw_0 t), \quad (5)$$

де коефіцієнти мають такий вигляд:

$$g_0 = \frac{1}{N} \left[B_0(0) + 2 \sum_{n=1}^{N-1} \left(1 - \frac{n}{N}\right) B_0(nT) \right], \quad (6)$$

$$g_l^c = \frac{1}{N} \left[B_l^c(0) + 2 \sum_{n=1}^{N-1} \left(1 - \frac{n}{N}\right) B_l^c(nT) \right], \quad (7)$$

$$g_l^s = \frac{1}{N} \left[B_l^s(0) + 2 \sum_{n=1}^{N-1} \left(1 - \frac{n}{N}\right) B_l^s(nT) \right]. \quad (8)$$

Як бачимо, середнє значення дисперсії (3) визначається нульовим кореляційним компонентом, а амплітуда L -х складових залежить тільки від кореляційних компонентів тих самих номерів.

На основі оцінки математичного сподівання (2) можуть бути знайдені оцінки коефіцієнтів $\hat{m}_0$, $\hat{m}_k^c$, $\hat{m}_k^s$:

$$\hat{m}_0 = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{m}(t) dt, \quad (9)$$

$$\hat{m}_k^c = \frac{2}{T} \int_0^T \hat{m}(t) \cos kw_0 t dt, \quad (10)$$

$$\hat{m}_k^s = \frac{2}{T} \int_0^T \hat{m}(t) \sin kw_0 t dt. \quad (11)$$

Оцінки (9)–(11) є незміщеними, а їх дисперсії виражаються через відповідні кореляційні компоненти:

$$D[\hat{m}_0] = \frac{2}{q} \int_0^q \left(1 - \frac{4}{q}\right) B_0(u) du, \quad (12)$$

$$D[\hat{m}_l^c] = \frac{2}{q} \int_0^q \left(1 - \frac{4}{q}\right) \left[2B_0(u) \cos lw_0 u + B_{2l}^s(u) \sin lw_0 u - B_{2l}^c(u) \cos lw_0 u \right] du, \quad (13)$$

$$D[\hat{m}_l^s] = \frac{2}{q} \int_0^q \left(1 - \frac{4}{q}\right) \left[2B_0(u) \cos lw_0 u - B_{2l}^s(u) \sin lw_0 u + B_{2l}^c(u) \cos lw_0 u \right] du. \quad (14)$$

Якщо кореляційні зв'язки ПКВП загасають зі збільшенням зсуву, то величини (12)–(14) прямують до нуля при $q \rightarrow \infty$.

Запишемо когерентну оцінку кореляційної функції у вигляді:

$$\hat{b}(t, u) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(t+u+nT)x(t+nT) - \hat{m}(t)\hat{m}(t+u). \quad (15)$$

Усереднюючи (15), для зміщення знаходимо

$$e[\hat{b}(t, u)] = E\hat{b}(t, u) - b(t, u) = -\frac{1}{N} \sum_{n=-N}^N \left(1 - \frac{|n|}{N}\right) b(t, u+nT).$$

Цей вираз легко перетворюється до вигляду:

$$e[\hat{b}(t, u)] = e_0(u) + \sum_{l \in \mathbb{Y}} [e_l^c(u) \cos lw_0 t + e_l^s(u) \sin lw_0 t], \quad (16)$$

де

$$e_0(u) = -\frac{1}{N} \sum_{n=-N+1}^{N-1} \left(1 - \frac{|n|}{N}\right) B_0(u+nT), \quad (17)$$

$$e_l^c(u) = -\frac{1}{N} \sum_{n=-N+1}^{N-1} \left(1 - \frac{|n|}{N}\right) B_l^c(u+nT), \quad (18)$$

$$e_l^s(u) = -\frac{1}{N} \sum_{n=-N+1}^{N-1} \left(1 - \frac{|n|}{N}\right) B_l^s(u+nT). \quad (19)$$

З отриманих формул випливає, що при виконанні умови (4) оцінка (15) є асимптотично незміщеною. Для її дисперсії, припускаючи, що процес є гаусовим, в першому наближенні маємо:

$$D[\hat{b}(t, u)] = a_0(u) + \sum_{l \in \mathbb{Y}} [a_l^c(u) \cos lw_0 t + a_l^s(u) \sin lw_0 t], \quad (20)$$

при цьому

$$a_0(u) = \frac{1}{N} \left[\check{B}_0(0, u) + 2 \sum_{n=1}^{N-1} \left(1 - \frac{n}{N}\right) \check{B}_0(nT, u) \right], \quad (21)$$

$$a_l^c(u) = \frac{1}{N} \left[\check{B}_l^c(0, u) + 2 \sum_{n=1}^{N-1} \left(1 - \frac{n}{N}\right) \check{B}_l^c(nT, u) \right], \quad (22)$$

$$a_l^s(u) = \frac{1}{N} \left[\check{B}_l^s(0, u) + 2 \sum_{n=1}^{N-1} \left(1 - \frac{n}{N}\right) \check{B}_l^s(nT, u) \right]. \quad (23)$$

Величини $\check{B}_0(u_1, u)$ і $\check{B}_l^{c,s}(u_1, u)$ є коефіцієнтами Фур'є кореляційної функції процесу $h(t, u) = \overset{\circ}{x}(t)\overset{\circ}{x}(t+u)$ і виражаються через кореляційні компоненти ПКВП, тому при виконанні умови (4) $D[\hat{b}(t, u)] \rightarrow 0$ при $N \rightarrow \infty$.

Оцінки кореляційних компонентів знаходяться за формулами

$$\hat{B}_0(u) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{b}(t, u) dt,$$

$$\hat{B}_l^c(u) = \frac{2}{T} \int_0^T \hat{b}(t, u) \cos lw_0 t dt,$$

$$\hat{B}_l^s(u) = \frac{2}{T} \int_0^T \hat{b}(t, u) \sin lw_0 t dt.$$

Зміщення цих оцінок визначаються відповідно правими частинами виразів (17)–(19), а їх дисперсії мають такий самий вигляд, як вирази для дисперсій оцінок компонентів математичного сподівання з тією різницею, що кореляційні компоненти ПКВП в них замінені на коефіцієнти Фур'є кореляційної функції $b_h(t, u_1, u)$. Нульовий компонент $\check{B}_0(u_1, u)$ залежить від усіх кореляційних компонентів ПКВП, тому вірогідність знаходження нульового кореляційного компонента ПКВП аж

ніяк не може бути оцінена без знання вищих кореляційних компонентів. Саме цей факт підкреслює ту важливу роль, яку відіграє вибір моделі реального процесу при її статистичному аналізі.

Імовірнісна структура циклічних вібраційних навантажень

Перехід від стаціонарної моделі стохастичних циклічних навантажень до їх моделі у вигляді ПКВП впливає на результат прогнозування втомної витривалості елементів конструкцій. У роботі [7] проаналізовано властивості оцінок кореляційних компонентів та з'ясовано, що періодична нестаціонарність сигналів, які описують стохастичні циклічні навантаження, істотно впливає як на величину, так і на характер статистичних характеристик оцінювання. Неврахування цієї нестаціонарності приводить до значних помилок при визначенні похибок оцінювання навіть кореляційної функції стаціонарного наближення сигналу. Усе це було враховано при аналізі результатів, отриманих на підставі обробки реальних експериментальних даних.

Провести прямі вимірювання напружень, що виникають під час циклічних навантажень, практично неможливо. Однак, припустивши, що елементи машини є пружними та ізотропними, можна прийняти, що між вібраційним сигналом $z(t)$, що вимірюється у деякій зовнішній точці, і напруженням $x(t)$ у певному елементі всередині машини існує лінійна залежність $x(t) = az(t)$. Коефіцієнт a враховує вплив характеристик матеріалу і системи, а також геометрії, що формується деякою точкою вимірювань [3].

За таким підходом здійснюють так звану схематизацію складних стохастичних навантажень, тобто їх розглядають як сукупність поєднання синусоїдальних циклів і напівциклів. Більшість з відомих методів, що використовуються на практиці, не мають достатнього фізичного обґрунтування. Винятком серед них є метод “краплі дощу”, який фізично інтерпретує цикли напружень на замкнені петлі гістерезису (рис. 1) [8–10]. Цей метод був введений Т. Ендо [11] у 1968 році з метою виловити як повільні, так і швидкі зміни навантаження шляхом формування циклів: парування максимуму з мінімумом, навіть якщо вони розподілені проміжними екстремумами.

Метод “краплі дощу” виділяє послідовність циклів напружень і дає інформацію про цикли деформації у всій замкненій петлі гістерезису без її побудови (рис. 2) [12, 13].

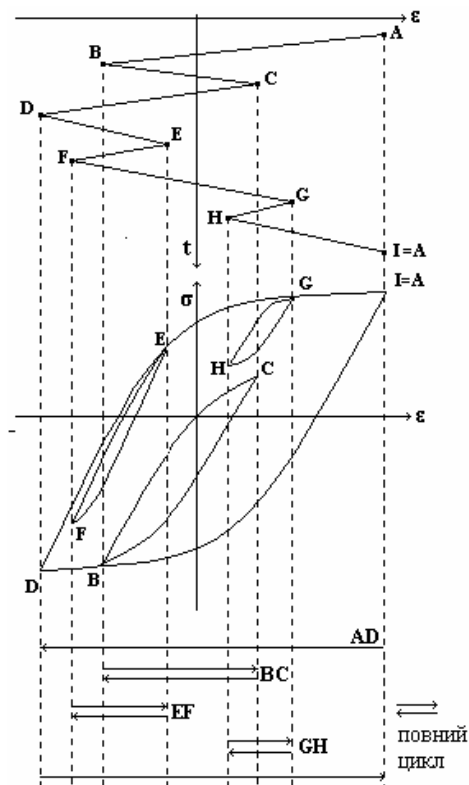


Рис. 1. Фізична інтерпретація методу “краплі дощу”

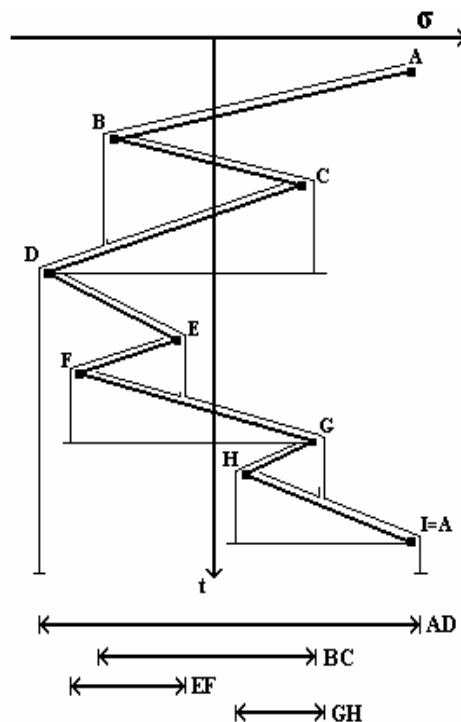


Рис. 2. Визначення циклів напружень методом “краплі дощу”

Загальна блок-схема алгоритму представлена на рис. 3. Введення даних – це введення реалізації сигналу. Визначення циклів напружень методом “краплі дощу” – це програмна реалізація методу за схемою на рис. 2. Розрахунок втомного пошкодження проводиться за лінійною гіпотезою Пальм грена–Майнера. Виведення інформації дає змогу видати будь-які проміжні результати цього алгоритму за бажанням користувача, а також кінцевий результат у вигляді графіків та гістограм.

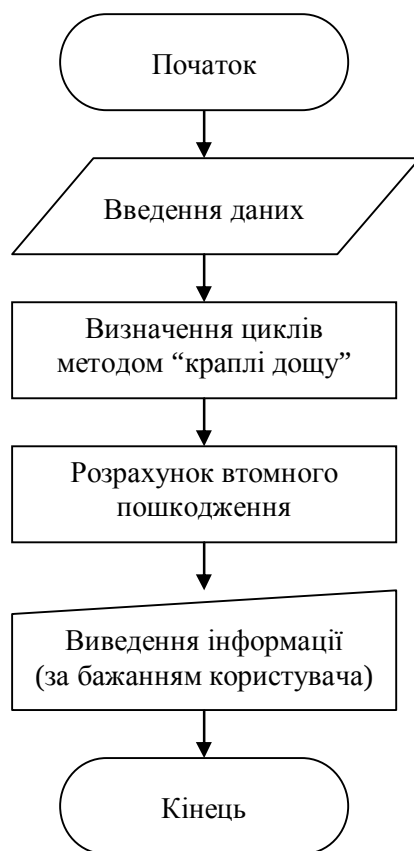


Рис. 3. Блок-схема алгоритму

Для підтвердження теоретичних результатів, ефективності запропонованого алгоритму і розробленого програмного забезпечення було досліджено сигнали вібрацій підшипника з механічного випробувально-діагностичного стенда (МВДС) (рис. 4).

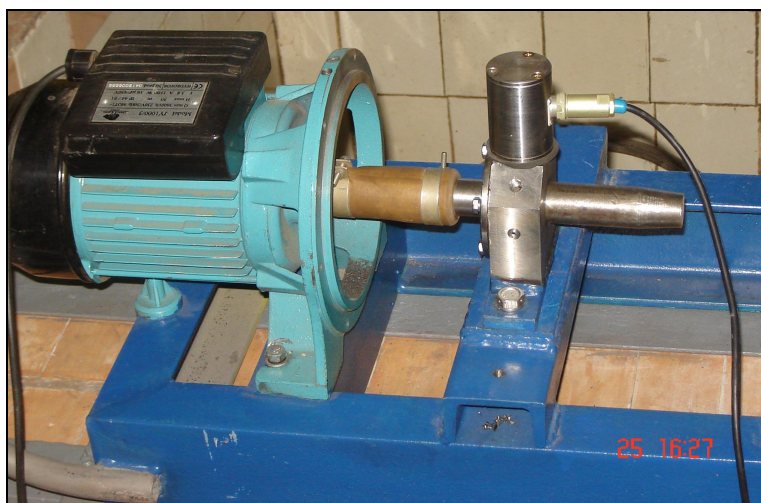


Рис. 4. Механічний випробувальний діагностичний стенд

Стенд, що являє собою випробувальний стенд типу двигун-підшипниковий вал, створений для відбору мультидавачевих даних під час розвитку дефектів підшипників. Складається з ведучого електромотора, муфти, вала з підшипником, давача вібрації, станини.

Ведучий електромотор має такі характеристики: потужність – 1300 Вт; швидкість обертання – 3600 об/хв. Муфта призначена для з'єднання ведучого електромотора з підшипниковим валом.

Підшипниковий вал складається з власне вала і підшипника, який вставлений в корпус. Передбачено кріплення (способом вкручення, різьба М8, глибина $L = 10$ mm) трьох давачів вібрації і одного давача температури на корпусі. Один давач може кріпитися на корпусі вздовж вертикальної осі, а решта два давачі – вздовж горизонтальної осі. Давачі температури можуть кріпитися на корпусі під кутом 45° відносно горизонтальної осі.

Дані реєстрували за такими параметрами: акселерометричні дані отримувалися акселерометром, закріпленим на корпусі підшипника вздовж осі вала; частота дискретизації: $1 \div 20$ кГц; довжина записів – до 2000000 відліків (10 с).

Для аналізу втомних пошкоджень в підшипнику було відібрано сигнал на початку монтування (рис. 5) та після тривалого спрацювання (рис. 6).

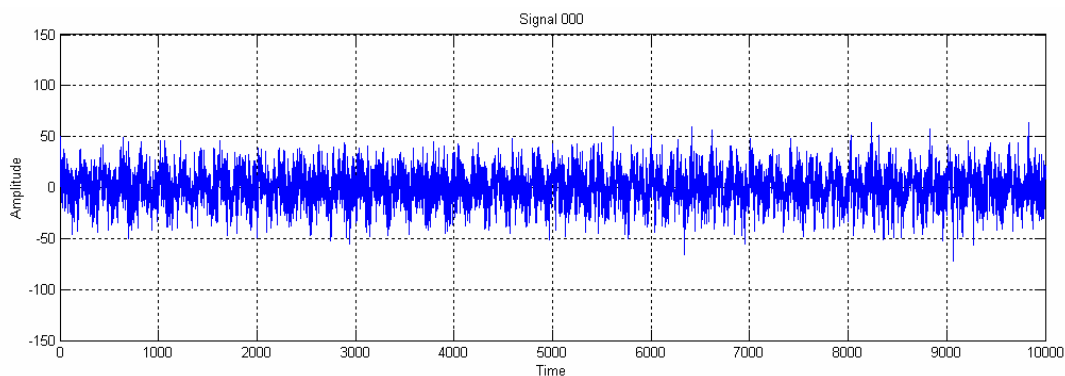


Рис. 5. Сигнал вібрацій підшипника після встановлення

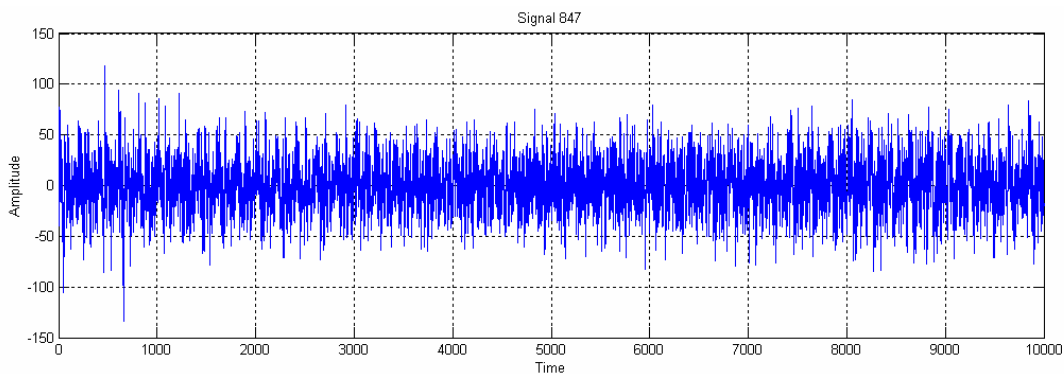


Рис. 6. Сигнал вібрацій підшипника після спрацювання

Відібрані сигнали було досліджено за допомогою створеного програмного забезпечення, для виділення послідовності циклів за методом “краплі дощу”.

Для кількісної оцінки втомних пошкоджень використано $S - N$ криву, яка описує залежність кількості циклів синусоїдальних напружень N , необхідних для руйнування зразка при заданій амплітуді напружень A . Ця залежність отримується з експериментів, містить інформацію, потрібну для визначення ресурсу машин і широко використовується в інженерній практиці [8–10, 14].

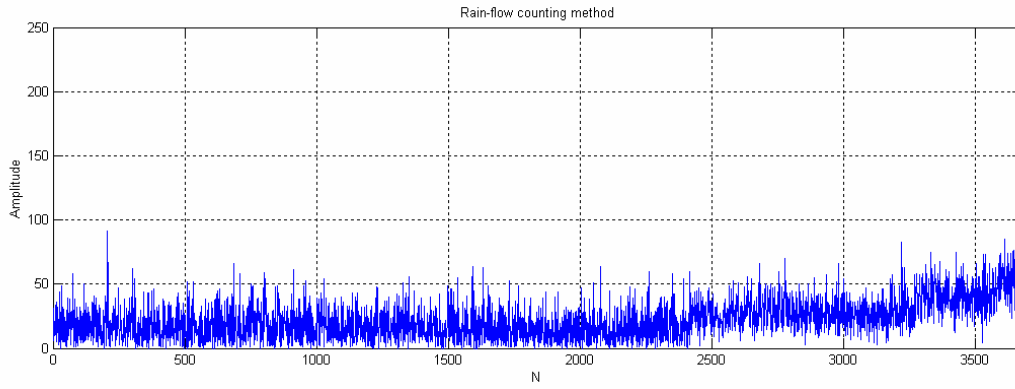


Рис. 7. Амплітуди, визначені за методом “краплі дощу” підшипника після встановлення

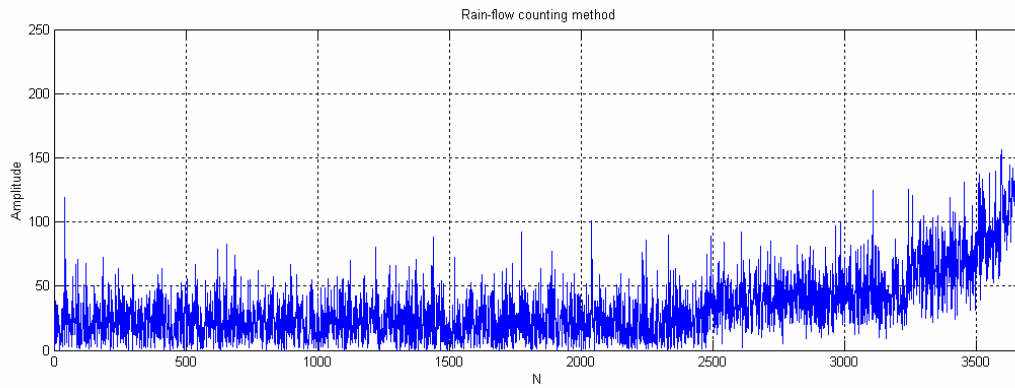


Рис. 8. Амплітуди, визначені за методом “краплі дощу” підшипника після спрацювання

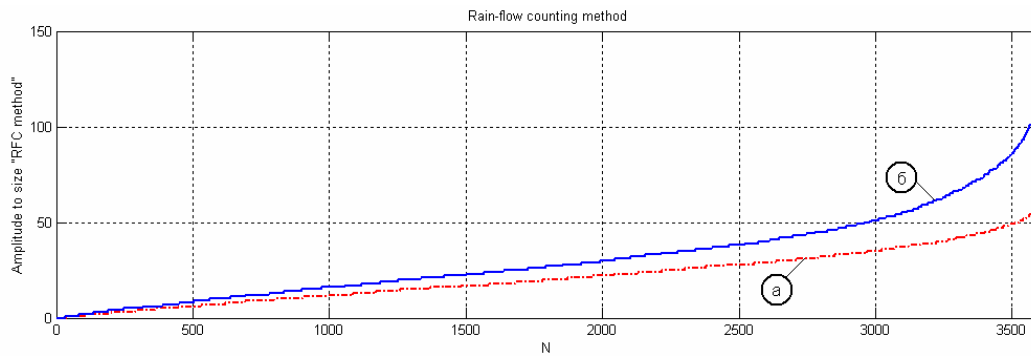


Рис. 9. Сортвані амплітуди, визначені за методом “краплі дощу” підшипника після встановлення (а) та після спрацювання (б)

Якщо $N(A_k^{RFC})$ – кількість циклів навантаження виділених методом “краплі дощу”, які визначаються при заданій амплітуді A_k^{RFC} , то втомне пошкодження, завдане такою кількістю циклів, буде

$$m[N(A_k^{RFC})] = \sum_{k=1}^K \frac{N(A_k^{RFC})}{W_k}, \quad (25)$$

де $W_k = \Psi^{-1} \cdot (A_k)^g$ визначена емпірично з $S-N$ кривої, Ψ – випадкова змінна, залежна від матеріалу, зазвичай розподілена за логарифмічним законом, а g – фіксована константа.

Висновки

Розглянуто властивості оцінок імовірнісних характеристик для вібраційних навантажень і показано, яку роль відіграє вибір моделі вібраційного процесу при її статистичному аналізі. Розроблений алгоритм та програмне забезпечення дають змогу виділяти послідовності циклів складних стохастичних навантажень методом “краплі дощу”, а також розраховувати втомне пошкодження, спричинене такими циклами.

У цьому алгоритмі не вирішені такі проблеми: яку довжину реалізації треба вибирати, яка повинна бути мінімальна кількість виділених циклів методом “краплі дощу”, трудомісткість визначення $S - N$ кривої для правильного діагностування сигналів вібрації. Подальші дослідження, необхідні для удосконалення розробленого алгоритму та програмного забезпечення, здійснюватимуться саме у напрямку вирішення вищевказаних проблем.

1. Неруйнівний контроль і технічна діагностика // Під ред. З.Т. Назарчука. – Львів: ФМІ, 2001. – 1132 с.
2. Троцено В.Т. Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении. – К.: Наук. думка, 1981. – 342 с.
3. Троцено В.Т. Усталость и неупругость металлов. – К.: Наук. думка, 1971. – 267 с.
4. Miner M.A. Cumulative Damage in Fatigue. // *Journal of Applied Mechanics*. – 1945. – vol. 12. – P. 159–164.
5. Драган Я.П., Рожков В.А., Яворский И.Н. Методы вероятностного анализа ритмики океанологических процессов. – Л.: Гидрометеиздат, 1987. – 320 с.
6. Драган Я.П., Яворский И.Н. Ритмика морского волнения и подводные акустические сигналы. – К.: Наукова думка, 1982. – 246 с.
7. Юзефович Р.М., Яворський І.М. Вплив нестационарності на властивості оцінок кореляційних характеристик стохастичних вібраційних навантажень // *Відбір і обробка інформації*. – № 19 (95). – Львів, 2003. – С. 40–46.
8. Dowling N.E. Estimation and correlation of fatigue life for random loading // *International Journal of Fatigue*. – 1987. – № 3 (10). – P. 179–185.
9. Dowling N.E. Fatigue Failure Predictions for Complicated Stress-Strain Histories. // *Journal of Materials*. – 1972. – № 7 (1). – P. 71–87.
10. Rychlik I.A. New Definition of the Rain-Flow Cycle Counting Method. // *International Journal of Fatigue*. – 1987. – № 9. – P. 119–121.
11. Matsuishi M., Endo T. Fatigue of Metals Subject to Varying Stress. // *Paper presented to Japan Soc. Mech. Engrs.* – Jukvoka, Japan, 1968.
12. Downing S.E., Sicie D.E. Simplified Rainflow Counting Algorithms. // *International Journal of Fatigue*. – 1987. – № 2 (4). – P. 31–40.
13. Rychlik I.A. Rain-Flow Cycle Distribution for Ergodic Load Processes. // *SIAM Journal on Applied Mathematics*. – 1988. – № 48. – P. 662–679.
14. Frendahl M., Rychlik I. Rainflow Analysis: Markov method. // *Int. J. Fatigue*. – 1993. – № 15 (4). – P. 265–272.