

П. Д. ДВУЛІТ¹, З. П. ДВУЛІТ², І. С. СІДОРОВ³¹ Кафедра вищої геодезії та астрономії, Національний університет «Львівська політехніка», вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, Україна, ел. пошта: dvupet@ukr.net² Кафедра зовнішньоекономічної та митної діяльності, Національний університет «Львівська політехніка», вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, Україна, ел. пошта: zdvulit@ukr.net³ Кафедра геодезії, Національний університет «Львівська політехніка», вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, Україна, ел. пошта: ig.sav.sid@gmail.com

ВИЗНАЧЕННЯ ВІДХИЛЕНЬ ПРЯМОВИСНИХ ЛІНІЙ З ВИКОРИСТАННЯМ ТРИГОНОМЕТРИЧНОГО НІВЕЛЮВАННЯ ТА GNSS-ВИМІРЮВАНЬ

<https://doi.org/10.23939/istcgcap2019.01.012>

Метою дослідження є спроба визначити відхилення прямовисних ліній з використанням тригонометричного нівелювання та GNSS-вимірювань. За останні десятиліття з появою високоточних електронних теодолітів і тахеометрів, тригонометричне нівелювання стає конкурентом геометричного нівелювання II і III класів точності. Це насамперед визначення перевищень на відстанях до 1–2 км за топографічних знімків та дослідження геодинамічних процесів у зонах техногенного навантаження. Сьогодні з'явилися високоточні роботизовані електронні тахеометри, які дають змогу істотно підвищити точність вимірювання зенітних відстаней за рахунок автоматичного наведення на візирну ціль за максимум відбитого сигналу. Такі роботизовані тахеометри виконують вимірювання зенітних відстаней і віддалей без безпосередньої участі спостерігача. **Методику** досягнення цієї мети забезпечено теоретичними та експериментальними дослідженнями щодо підвищення точності тригонометричного нівелювання і використання високоточних GNSS-вимірювань. Тут також важливо перейти від просторових геодезичних координат B , L , H до локальних топоцентричних координат з метою забезпечення контролю за деформацією гідротехнічних споруд та території техногенного навантаження в зоні основних споруд Дністровської гідроакумулювальної електростанції (ДГАЕС). **Основний результат** дослідження – можливість врахувати вплив рефракції та гравітаційного поля Землі на точність тригонометричного нівелювання і визначити відхилення прямовисних ліній із двостороннього тригонометричного нівелювання з короткими відстанями від 500 до 1000 м. **Наукова новизна:** запропонований підхід дає змогу розрахувати вплив рефракції та гравітаційного поля Землі на результати тригонометричного нівелювання підвищеної точності. Крім цього, використовуючи тригонометричне нівелювання і GNSS-вимірювання, можна незалежно визначати відхилення прямовисних ліній. **Практична значущість:** запропонована методика дає можливість оцінювати вплив прямовисних ліній на результати двостороннього синхронного тригонометричного нівелювання.

Ключові слова: тригонометричне нівелювання, GNSS-вимірювання, вертикальна рефракція, відхилення прямовисних ліній, гравітаційне поле Землі.

Вступ

Як відомо, основними характеристиками гравітаційного поля Землі є складові відхилень прямовисних ліній, висоти квазігеоїда (аномалії висот) і нормальні висоти. Так, для обчислення складових відхилень прямовисних ліній переважно використовують два методи: астрономо-геодезичний і гравіметричний. В астрономо-геодезичному методі складові відхилення прямовисних ліній ξ_{ag} і η_{ag} визначають із співвідношення

$$\xi_{ag} = \varphi - B \quad (1)$$

$$\eta_{ag} = (\lambda - L) \cos \varphi,$$

де φ і λ – астрономічні координати пункту фізичної поверхні Землі, які отримують із

астрономічних спостережень; B і L – геодезичні координати, які отримують із опрацювання геодезичної мережі або із супутникових вимірів.

Отже, астрономо-геодезичні складові відхилень прямовисних ліній ξ_{ag} і η_{ag} обчислюють за відомими астрономічними та геодезичними координатами точок фізичної поверхні Землі, використовуючи співвідношення (1).

В гравіметричному методі в точках фізичної поверхні Землі визначають кут між напрямками векторів реального і нормального прискорення вільного падіння, а опісля, відповідно, гравіметричні складові відхилення прямовисних ліній ξ_{gp} і η_{gp} , використовуючи формули Венінга-Мейнеса

$$\begin{Bmatrix} \xi_{zp} \\ \eta_{zp} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \Delta g \cdot Q(\psi) \begin{Bmatrix} \cos A \\ \sin A \end{Bmatrix} d\psi dA, \quad (2)$$

де Δg – гравіметрична аномалія прискорення вільного падіння; $Q(\psi)$ – функція Венінга-Мейнеса; A – азимут напрямку.

За наявності гравіметричних даних на всю земну поверхню можна за гравіметричними аномаліями обчислити гравіметричні складові відхилень прямовисних ліній, які зараховані до рівневого еліпсоїда, центр якого збігається із центром мас Землі. Проблема визначення гравіметричних складових відхилень прямовисних ліній на фізичній поверхні Землі за вимірними на ній аномаліями розв'язано М. С. Молоденським. Формули М. С. Молоденського для обчислення цих величин складаються із головного і поправкових членів, що враховують складний характер земної поверхні. Головні члени формул збігаються з відповідними формулами Венінга-Мейнеса, які одержали практичне застосування для пунктів рівнинної місцевості. Так, за формулами Венінга-Мейнеса, можна обчислити гравіметричні складові відхилень прямовисних ліній у рівнинних районах із середньоквадратичною похибкою $(0,3-0,5)''$, а в гірських – $(1-1,4)''$.

Метод дослідження фігури та зовнішнього гравітаційного поля Землі Молоденського дає змогу за гравіметричними і топографічними картами з необхідною точністю обчислити гравіметричні складові відхилень прямовисних ліній на фізичній поверхні Землі [Молоденский, Еремеев, Юркина, 1960].

Між астрономо-геодезичними і гравіметричними складовими відхилень прямовисних ліній існує залежність

$$\begin{aligned} \xi_{a2} &= \xi_{zp} + \delta B, \\ \eta_{a2} &= \eta_{zp}, \\ \delta B &= 0,171'' \cdot H \cdot \sin 2B \end{aligned} \quad (3)$$

У цих формулах: δB – поправка за викривлення силової лінії нормального поля; B – геодезична широта точки; H – геодезична висота, яка виражена в км.

Зауважимо, що складові відхилень прямовисних ліній ξ_{a2} і η_{a2} обчислюють у системі прийнятого референц-еліпсоїда, а складові

відхилень прямовисних ліній ξ_{zp} і η_{zp} – у системі рівневого еліпсоїда.

Величина відхилень прямовисних ліній у рівнинній місцевості становить у середньому $3-5''$, іноді вони сягають $10-15''$ у складних аномальних зонах (Московська гравіметрична атракція). Особливо відчутна зміна відхилень прямовисних ліній у гірській місцевості. Так, у західній частині Кавказу складова відхилень прямовисних ліній у площині меридіану ξ_{a2} на відстані близько 300 км змінюється від $-27''$ до $20''$. В районі озера Байкал така зміна сягає $0,67''/\text{км}$ за максимального відхилення $30''$. В Україні максимальне відхилення прямовисних ліній зафіксовано у Кримській астрофізичній обсерваторії $35,7''$. Максимальне значення відхилень прямовисних ліній на Землі виявлено в районі Гавайських островів ($\approx 97''$) [Яковлев, 1989].

Визначення відхилень прямовисних ліній описаними двома методами на фізичній поверхні Землі мають свої переваги і недоліки. В першому методі складові відхилень прямовисних ліній (астрономо-геодезичних) обчислюють за відомими астрономічними і геодезичними координатами точок фізичної поверхні Землі.

Такі астрономічні визначення φ і λ виконували в так званих пунктах Лапласа, відстань між якими була 70 – 100 км. Тривалість таких астрономічних спостережень у середніх широтах сягала до одного місяця, а точність обчислень ξ_{a2} і η_{a2} була невисокою. Складові відхилень ξ_{a2} і η_{a2} у проміжних пунктах між астрономічними пунктами визначали за допомогою інтерполювання, а точність визначення астрономічних широт і довгот становила відповідно $m_\varphi = 0,3''$, $m_\lambda = 0,5''$.

Натомість гравіметричний метод визначення складових відхилень прямовисних ліній ξ_{zp} і η_{zp} має істотні переваги порівняно із першим методом: 1) використання гравіметричного знімання, яке не залежить від погодних умов; 2) помилка інтерполювання за даними досліджень становила $0,3-0,5''$ у рівнинних районах і $1,0-1,4''$ в горах [Двуліт, 1998; Двуліт, 2008; Heiskanen, 1981].

Заслужують на увагу інші методи визначення астрономо-геодезичних відхилень прямовисних ліній. До цих методів належать передача астрономо-геодезичних відхилень прямовисних ліній із використанням тригонометричного (геодезичного) нівелювання та GNSS-вимірювань, які детально розглянуто у наступному розділі.

Аналіз останніх досліджень

Питання впливу відхилень прямовисних ліній на результати вимірювань зенітних віддалей розглянуто в багатьох публікаціях [Огородова, 2006; Літинський та Перій, 2006; Jordan, Eggert und Kneissl, 1969; Czarnecki, 2010]. Крім цього, вимірювана зенітна відстань відрізняється від геодезичної за впливом відхилень прямовисних ліній і за впливом рефракції [Яковлев, 1989; Torge, 1989; Віго, 1983]. На точність тригонометричного нівелювання впливають різні чинники: похибки вимірювання зенітних відстаней та віддалей, висот приладів та візорних цілей, а також похибка визначення коефіцієнта вертикальної рефракції. Точність тригонометричного нівелювання істотно залежить від стабільності стану атмосфери під час усього процесу спостереження. Тому на практиці для підвищення точності вимірювання намагаються виконувати двостороннє нівелювання, вимірюючи зенітні відстані та віддалі в прямому та зворотному напрямках. На основі таких вимірювань зенітних відстаней можна визначити складові відхилень прямовисних ліній. Але тут виникають певні труднощі щодо визначення впливу рефракції. Цей метод використано для визначення відхилень прямовисних ліній в Гімалаях, Альпах і Татрах [Бровар, 1983; Hradilek, 1963; Еремеев, Юркина, 1972]. Точність визначення відхилень прямовисних ліній оцінюється величиною похибки 1–2''.

Методика досліджень

Розглянемо можливість визначення відхилень прямовисних ліній з відповідною точністю для випадку спрощеного підходу до тригонометричного нівелювання з короткими відстанями (на невеликих ділянках) до 500–1000 метрів із двостороннім синхронним вимірюванням зенітних відстаней. Для цього зверне-

мося до рис. 1, на якому показано зв'язок елементів тригонометричного нівелювання та поля прискорення вільного падіння.

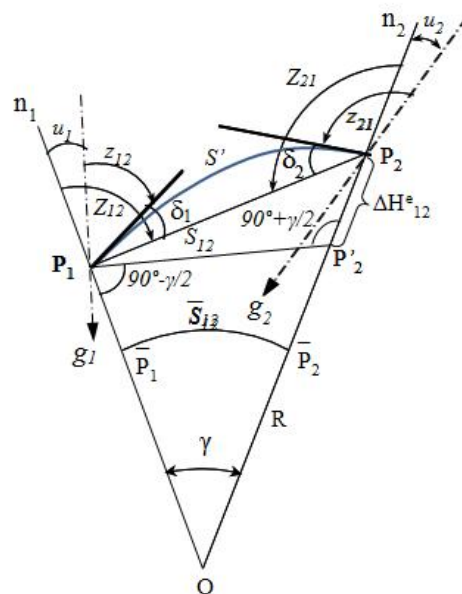


Рис. 1. Зв'язок тригонометричного нівелювання з полем прискорення вільного падіння

На рис. 1 введено такі позначення:

- z_{12} і z_{21} – виміряні зенітні відстані в пунктах P_1 і P_2 ;
- S' – рефракційна крива;
- u_1 і u_2 – відхилення прямовисних ліній в пунктах P_1 і P_2 ;
- δ_1 і δ_2 – кути рефракції в пунктах P_1 і P_2 ;
- g_1 і g_2 – вектори реального прискорення вільного падіння у відповідних пунктах P_1 і P_2 ;
- n_1 і n_2 – вектори нормального прискорення вільного падіння в пунктах P_1 і P_2 ;
- $S_{12} = S_{21}$ – пряма, що з'єднує вказані пункти P_1 і P_2 ;
- $\overline{S_{12}}$ – проекція вимірюваної віддалі між пунктами P_1 і P_2 на поверхні еліпсоїда;
- γ – центральний кут.

З рис. 1 отримують залежність

$$\begin{aligned} Z_{12} &= z_{12} + \delta_1 + u_1, \\ Z_{21} &= z_{21} + \delta_2 - u_2, \end{aligned} \quad (4)$$

де Z_{12} і Z_{21} – геодезичні зенітні відстані в пунктах спостереження P_1 і P_2 до нормалі еліпсоїда.

Різницю геодезичних висот ΔH_{12}^e між пунктами P_1 і P_2 отримують із трикутника $P_1 P_2 P'_2$ за відомою формулою Йордана [Jordan, Eggert und Kneissl, 1969], яка найчастіше використовується для одностороннього тригонометричного нівелювання

$$\Delta H_{12}^e = \overline{S}_{12} \left(1 + \frac{H_1 + H_2}{2R} \right) \operatorname{ctg} Z_{12} + \frac{\overline{S}_{12}}{2R \sin^2 Z_{12}} \quad (5)$$

або для двостороннього тригонометричного нівелювання

$$\Delta H_{12}^e = \overline{S}_{12} \left(1 + \frac{\overline{S}_{12}^2}{12R^2} + \frac{H_1 + H_2}{2R} \right) \operatorname{tg} \frac{Z_{21} - Z_{12}}{2} + \dots \quad (6)$$

Тут R означає середній радіус кривини нормального перерізу $\overline{P_1 P_2}$. Тоді для двосторонніх синхронних вимірювань зенітних відстаней z_{12} і z_{21} за тригонометричного нівелювання на коротких відстанях 500–1000 метрів можна припустити, що вплив рефракції на двох пунктах спостереження є однаковим, тобто $\delta_1 \approx \delta_2$.

Крім цього, центральний кут γ є дуже малим за коротких віддалей тригонометричного нівелювання.

$$\cos \frac{\gamma}{2} \approx 1.$$

Тоді різниця геодезичних висот ΔH_{12}^e двох пунктів P_1 і P_2 буде

$$\Delta H_{12}^e = \overline{S}_{12} \left(1 + \frac{\overline{S}_{12}^2}{12R^2} + \frac{H_1 + H_2}{2R} \right) \operatorname{tg} \frac{Z_{21} - Z_{12}}{2} - u_m^A, \quad (7)$$

де $u_m^A = \frac{u_1 + u_2}{2}$ – середня величина відхилення прямовисних ліній на площині.

Із GNSS-вимірювань можна обчислити геодезичні висоти пунктів P_1 і P_2 спостереження, довжину нормального перерізу $\overline{S}_{12}$ та середній радіус кривини нормального перерізу R . Виконавши двостороннє тригонометричне нівелювання, отримаємо зенітні відстані в двох пунктах спостереження P_1 і P_2 . Далі позначимо через:

$$F_{GNSS} = \frac{\Delta H_{12}^e}{\overline{S}_{12}} \left(1 + \frac{\overline{S}_{12}^2}{12R^2} + \frac{H_1 + H_2}{2R} \right)^{-1}, \quad (8)$$

$$\frac{1}{2} \Delta z = \frac{z_{21} - z_{12}}{2}. \quad (9)$$

Отже, остаточно середня величина відхилень прямовисних ліній на площині буде

$$\operatorname{tg} u_m^A = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} \Delta z - F_{GNSS}}{1 + F_{GNSS} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{2} \Delta z}. \quad (10)$$

Використовуючи вираз (10), можна визначити середнє значення відхилення прямовисних ліній між двома пунктами P_1 і P_2 тригонометричного нівелювання і GNSS-вимірювання заданого геодезичного азимуту напрямку. Таке середнє значення відхилення прямовисних ліній можна обчислити іншим способом, якщо будуть окремо визначені складові відхилень прямовисних ліній для кожного пункту вказаного напрямку. Для цього найчастіше використовують поле гравіметричних аномалій Фая локального району для обчислень гравіметричних складових відхилень прямовисних ліній за відомими формулами [Бровар, Юркина и др., 2010; Бровар, 1983; Двуліт, 2008; Двуліт та Голубінка, 2005; Двуліт та Голубінка, 2008].

Повне середнє значення u_m відхилень прямовисних ліній тут визначають за формулою:

$$u_m = \xi_{a2} \cos A + \eta_{a2} \sin A. \quad (11)$$

А за формулами (3) здійснюють перехід від гравіметричних до астрономо-геодезичних складових відхилень прямовисних ліній.

Отже, формула 11 дає можливість здійснювати незалежний контроль наших обчислень.

Результати

Для визначення відхилень прямовисних ліній з використанням тригонометричного нівелювання та GNSS-вимірювань, ми скористались спостереженнями на пунктах високоточної геодинамічної мережі Дністровської гідроакумулювальної електростанції (ДГАЕС). Опорну геодезичну мережу ДГАЕС можна вважати локальним геодинамічним полігоном. Пункти мережі представляють собою трубчасті знаки довготривалого зберігання, які дають можливість примусового центрування геодезичних приладів. На рис. 2 подано загальну схему вимірювання векторів опорної геодезичної мережі ДГАЕС.

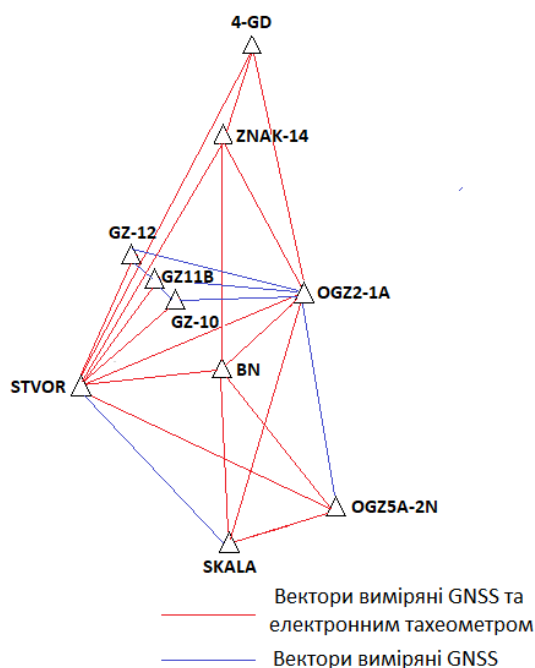


Рис. 2. Схема вимірювання векторів опорної геодезичної мережі ДГАЕС

Згідно з програмою, на кожному пункті опорної геодезичної мережі проводять три незалежні сесії GNSS-спостережень по 6 годин різними приймачами супутникових сигналів. Загальний час спостережень на кожному пункті становив не менше 18 годин. Опрацювання виміряних векторів виконано в програмному середовищі «Leica Geo Office Combined» («LGO») з обчисленням поправок за вплив іоносфери за даними спостережень та врахуванням тропосферної рефракції за моделлю Хопфілда. За результатами урівноваження даних GNSS-спостережень точність визначення планових координат пунктів не перевищує ± 2 мм. За весь період спостережень вектори гори-

зонтальних зміщень пунктів опорної геодезичної мережі є в межах від 4 до 16 мм за середньої квадратичної помилки їх визначення ± 3 мм [Третяк та Сідоров, 2005; Tretyak, Periy, Sidorov and Babi, 2015].

На території полігону ДГАЕС виконано також лінійно-кутові вимірювання в пунктах геодинамічного полігону. В 2018 р. зроблено високоточні лінійно-кутові вимірювання векторів на пунктах опорної геодезичної мережі. Наземні лінійні спостереження виконано електронним роботизованим тахеометром (Total Station Positioning System TSPS) TCRP-1201 фірми Leica. Середня квадратична похибка вимірювання горизонтальних і вертикальних кутів одним прийомом – $1''$, а вимірювання ліній $\pm(1 + 1.5 \cdot \text{ppm})$ мм. Вимірювання електронним тахеометром виконано в прямому і зворотному напрямках.

Кути і лінії вимірювали в автоматизованому режимі 8 прийомами із записом результатів у пам'ять електронного тахеометра. Весь процес вимірювання просторової мережі (10 пунктів спостереження) виконували протягом 4 годин за стійкої установленної атмосферної стратифікації (протягом денного періоду доби).

Виконано обчислення величин відхилень прямовисних ліній за формулою (10) та гравіметричні складові за полем гравіметричних аномалій Фая в пунктах опорної геодезичної мережі ДГАЕС. Крім цього, обчислено середні різниці геодезичних висот векторів, які отримані із результатів тригонометричного нівелювання і GNSS-вимірювань. Результати цих обчислень подано в таблиці, в якій приведено:

- назву виміряного вектору;
- $\overline{S}_{12}$ – проекцію виміряної віддалі між пунктами $\overline{P}_1$ і $\overline{P}_2$ на поверхні еліпсоїда;
- ΔH_{GNSS} – різницю геодезичних висот пунктів P_1 і P_2 із GNSS-спостережень;
- $\Delta H_{триг.нів.}$ – середнє значення різниць геодезичних висот пунктів P_1 і P_2 , які обчислені із результатів тригонометричного нівелювання з урахуванням поправки за рефракцію;
- $\delta \Delta H$ – різницю перевищень між геодезичними висотами, отриманими із GNSS-вимірювань і тригонометричного нівелювання;

– $u^{//}$ – обчислено середню величину відхилення прямовисних ліній за формулою (10);

– $u_{\text{прав.}}^{//}$ – обчислено середню величину відхилення прямовисних ліній за полем гравіметричних аномалій Фая;

– $\delta u^{//}$ – різницю між середніми величинами відхилення прямовисних ліній, обчисленими за формулою (10) і за гравіметричними даними;

– A – геодезичні азимуты виміряних векторів.

Порівняльна характеристика величин відхилень прямовисних ліній та різниць геодезичних висот

Назва виміряного вектора	$\overline{S}_{12}$, м	ΔH_{GNSS} , м	$\Delta H_{триг.н\ddot{e}в.}$, м	$\delta \Delta H$	$u^{//}$	$u_{\text{прав.}}^{//}$	$\delta u^{//}$	A°
SKALA-BN	954,914	127,018	127,035	-0,017	-4,5	-4,9	0,4	0
SKALA-OGZ5A-2N	621,112	121,281	121,255	0,026	7,9	4,9	3	61
BN-OGZ2-1A	481,019	-13,413	-13,424	0,011	5,5	3,7	1,8	62
BN-OGZ5A-2N	848,859	-5,738	-5,747	0,009	2	-0,5	2,5	140
GZ10-STVOR	508,479	-128,813	-128,793	-0,02	-5,4	-6,7	1,3	231
GZ11B-STVOR	504,119	-128,839	-128,823	-0,016	-4	-6,5	2,5	221
GZ12-STVOR	508,467	-128,819	-128,797	-0,022	-5,4	-6,3	0,9	215
STVOR-OGZ2-1A	1002,521	117,414	117,375	0,039	8	5,4	2,6	68
ZNAK14-OGZ2-1A	702,58	130,354	130,315	0,039	7	1,4	5,6	154
OGZ2-1A-ZNAK14	702,58	12,939	12,936	0,003	-1,9	-0,5	-1,4	334
4GD-ZNAK14	403,394	104,358	104,326	0,032	4,6	1	3,6	65
ZNAK14-BN	865,187	0,473	0,478	-0,005	-0,9	-3,2	2,3	187

Зауважимо, що різниці геодезичних висот $\delta \Delta H$, які обчислені із тригонометричного нівелювання і за GNSS-вимірюваннями не перебільшують $\pm (3-4)$ см залежно від перевищення між пунктами векторів, а також, від віддалі між ними. Тут в порівняльній табл. 1 віддалі виміряних векторів становить від 400 до 1000 м. Такі розходження можна пояснити точністю вимірювань зенітних відстаней, віддалями між пунктами, похибкою визначення коефіцієнта вертикальної рефракції та інших чинників. Зазначимо, також, що геодезичні зенітні відстані обчислено з врахуванням впливу рефракції і без врахування. Але на результати обчислень перевищень геодезичних висот із тригонометричного нівелювання цей вплив не проявився. Різниці $\delta u^{//}$ не перевищують $(5-6)^{//}$. Це пояснюється насамперед тим, що гравіметричні складові відхилень прямовисних ліній обчислено на основі гравіметричних аномалій Фая для еліпсоїда Красовського, а для пунктів опорної геодезичної мережі ДГАЕС використано еліпсоїд WGS-84. Крім цього, ми врахували поле аномалій Фая за вплив центральної і близьких зон на гравіметричні складові відхилень прямовисних ліній. Відомо, що вплив далеких зон поля гравіметричних

аномалій становить (10–15 %) від загального впливу аномалій на земній кулі за даними експериментальних досліджень [Двуліт та Голубінка, 2005; Двуліт та Голубінка, 2008]. Але, у проведених дослідженнях не враховано впливу гравітаційного поля Землі на точність гравіметричного нівелювання і визначення відхилень прямовисних ліній.

Наукова новизна та практична значущість

Запропонований підхід визначення відхилень прямовисних ліній дає змогу розрахувати вплив рефракції та гравітаційного поля Землі на результати тригонометричного нівелювання підвищеної точності. Така методика дає можливість оцінювати вплив відхилень прямовисних ліній на результати двостороннього синхронного тригонометричного нівелювання та дослідження геодинамічних процесів у зонах техногенного навантаження.

Висновки

1. На основі теоретичних досліджень та сумісного опрацювання результатів тригонометричного нівелювання та GNSS-вимірювань, зроблено спробу визначити астрономо-геодезичні відхилення прямовисних ліній для пунктів території ДГАЕС.

2. Точність визначення середніх значень астрономо-геодезичних відхилень прямовисних ліній можна оцінити (2–3)^{//} запропонованим способом, який залежить від методики врахування впливу вертикальної рефракції та гравітаційного поля Землі у разі виконання двосторонніх синхронних вимірювань зенітних відстаней вимірюваних векторів.

3. Для підвищення точності обчислення різниці геодезичних висот із тригонометричного нівелювання, необхідно врахувати вплив вертикальної рефракції та гравіметричних складових відхилень прямовисних ліній на обчислення геодезичних зенітних відстаней.

4. Надалі в дослідженнях треба використовувати локальне поле гравіметричних аномалій, які будуть зараховані до рівневого еліпсоїда WGS-84 або до референц-еліпсоїда з урахуванням формули нормального значення прискорення вільного падіння, а також необхідно враховувати вплив далеких зон, використовуючи моделі гравітаційного поля Землі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- Гравиметрия и геодезия. Б. В. Бровар, М. И. Юркина и др. М.: Научный мир, 2010, 575 с.
- Гравитационное поле в задачах инженерной геодезии / В. В. Бровар. М.: Недра, 1983, 112 с.
- Двуліт П. Д. Гравіметрія. ЛАГТ, Львів, 1998, 196 с.
- Двуліт П. Д. Фізична геодезія. К. : Експрес, 2008, 202 с.
- Двуліт П. Д., Голубінка Ю. І. Визначення відхилень виска за наземними гравіметричними даними і супутниковими вимірами. Вісник геодезії та картографії. Вип. 2, К., 2005. С. 12–21.
- Двуліт П. Д., Голубінка Ю. І. Про визначення гравіметричних складових відхилень прямовисних ліній Вісник геодезії та картографії. Вип. 2, К., 2008. С. 7–9.
- Еремеев В. Ф., Юркина М. И. Теория высот в гравитационном поле Земли. М.: Недра, 1972.
- Літинський В. О. Тригонометричне нівелювання в ходах геодезичних мереж згущення. В. О. Літинський, С. С. Перій. Суч. досягн. геодез. науки та вир-ва в Україні: зб. наук. пр. ЗГТ УТГК. Л.: Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. 2006. Вип. II. С. 125–133.
- Молоденский М. С., Еремеев В. Ф., Юркина М.И. Методы изучения внешнего гравитационного поля и фигуры Земли. Труды ЦНИИГАиК, 1960. Вып. 131.
- Огородова Л. В. Высшая геодезия. М.: Геодезкартиздат, 2006. 384 с.
- Оптимізація побудови геодезичної мережі Дністровської ГАЕС супутниковими радіонавігаційними технологіями / К. Третяк, І. Сідоров. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Л.: Вид-во Нац. ун-ту «Львівська політехніка», 2005. С. 207–219.
- Яковлев Н. В. Высшая геодезия. М.: Недра, 1989. С. 359–381.
- Biro P. Time variations of height and gravity, Ak. Kiado, Budapest, 1983.
- Czarnecki K. Geodezja wspolczesna. Katowice, Wydawnictwo Gall, 2010. 487 s.
- Hradilek Ludvik. Theoretische Begrundung der Methode fur die Refraktions_ und Lotabweichungsbestimmung auf jedem Punkte eines trigonometrischen Hohennetzes, Studia geophysica et geodaetica, 1963, 7, № 2, 118–125.
- Heiskanen W. A., Moritz H. Physical geodesy. – Graz, 1981.
- Jordan, Eggert, Kneissl (1969). Handbuch der Vermessungskunde. Band VI. Stuttgart.
- Torge W. (1989 Gravimetry; Walter de Gruyter, Berlin, New York.
- Tretyak K., Periy S., Sidorov I, Babiy L. “High accuracy satellite and field measurements of horizontal and vertical displacements of control geodetic network on Dniester Hydroelectric Pumped Power Station (HPPS)”, Geomatics and environmental engineering. № 1, 83–96 (2015).

P. DVULIT¹, Z. DVULIT², I. SIDOROV³

¹ Department of Higher Geodesy and Astronomy, Lviv Politechnic National University, 12, S. Bandery Str., Lviv, 79013, Ukraine, e-mail: dvupet@ukr.net

² Department of Foreign Trade and Customs, Lviv Politechnic National University, 12, S. Bandery Str., Lviv, 79013, Ukraine, e-mail: zdvulit@ukr.net

³ Department of Geodesy, Lviv Politechnic National University, 12, S. Bandery Str., Lviv, 79013, Ukraine, e-mail: ig.sav.sid@gmail.com

DETERMINATION OF PLUMB LINES WITH USING TRIGONOMETRIC LEVELLING AND GNSS MEASUREMENTS

The purpose of the study is to attempt to determine the deviation of vertical lines using trigonometric levelling and Global Navigation Satellite System (GNSS) measurements. For the last decades with the emergence of high-

precision electronic theodolites and tacheometers, trigonometric levelling becomes a competitor of the geometric levelling of the II and III accuracy classes. This is primarily the definition of exceedances at distances up to 1-2 km for topographic surveying and the study of geodynamic processes in zones of the man-made load. Today, high precision robotic electronic tacheometers have been developed, which allow to significantly improve the accuracy of the measurement of zenith distances by automatically guiding the target to the maximum reflected signal. Such robotic tacheometers carry out measurements of anti-aircraft distances and distances without the direct participation of the observer. **The method** of achieving this goal is provided by theoretical and experimental studies to improve the accuracy of trigonometric alignment and the use of high-precision GNSS measurements. It is also important here to switch from the spatial geodetic coordinates B, L, H to local topocentric coordinates in order to provide control over the deformation of hydraulic structures and the territory of man-caused loading of the main structures in the area at the Dniester hydroaccumulation power plant (DHPP). **The main result** of the study is the possibility of taking into account the influence of the refraction and the gravitational field of the earth on the accuracy of the trigonometric levelling and the determination of the deviations of vertical lines from a two-way trigonometric levelling with short distances from 500 to 1000 m. **Scientific novelty:** the proposed approach allows to calculate the effect of the refraction and the gravitational field of the Earth on the resulting trigonometric levelling with high accuracy. In addition, using trigonometric levelling and GNSS measurements, it is possible to independently determine the deviation of the vertical lines. **Practical significance:** the proposed method makes it possible to estimate the effect of vertical lines on the results of two-way synchronous trigonometric levelling.

Key words: trigonometric levelling, GNSS-measurement, vertical refraction, the deviation of the vertical lines, the gravitational field of the Earth.

Надійшла 02.04.2019 р.