

РОЗРОБКА МЕТОДИКИ ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ПРОСТОРОВИХ КООРДИНАТ ТОЧОК ОБ'ЄКТІВ ПРИ АЕРОЗНІМАННІ З БПЛА

Мета. Розробити оптимальний алгоритм, завдяки якому вдасться підвищити точність визначення координат місцевості при застосуванні аерознімального процесу з допомогою безпілотного літального апарату (БПЛА). **Методика.** Виконується мінімізація функції, побудованої на підставі умови колінеарності, що дає уточнення елементів зовнішнього орієнтування (ЕЗО) цифрових зображень, а це, своєю чергою, приводить до підвищення точності просторових координат точок об'єктів. Причому запропонована функція – це сума квадратів різниць між вирахованими та даними спостережень опорних точок на відповідних цифрових зображеннях. Послідовність реалізації запропонованого алгоритму полягає в тому, що урахування умови мінімуму цієї функції дає можливість отримати систему шести нелінійних рівнянь стосовно ЕЗО. Процес визначення ЕЗО виконують двома способами: в першому випадку функцію G мінімізуємо безпосередньо одним із чисельних методів, а в другому – одержуємо як розв'язок системи рівнянь, що дає уточнені значення ЕЗО на підставі початкових наближень, отриманих безпосередньо з телеметрії БПЛА. Для контролю точності визначення ЕЗО застосовують видозмінені умови мінімуму функції G , в яких відсутні операції диференціювання. В результаті отримаємо остаточні значення ЕЗО в момент знімання. **Результати.** Розроблений і апробований на макетних та реальних прикладах алгоритм, який дозволяє підвищити точність обчислення координат точок місцевості при застосуванні БПЛА для аерознімального процесу. **Наукова новизна.** Отримані формули, за допомогою яких підвищується точність створення топографічних матеріалів цифровим стереофотограмметричним методом. **Практична значущість.** Упровадження розробленого алгоритму дасть змогу суттєво підвищити точність опрацювання великомасштабних ортофотопланів та топографічних планів, створених за матеріалами аерознімання з БПЛА.

Ключові слова: безпілотний літальний апарат, елементи зовнішнього орієнтування, часткові похідні, нелінійні рівняння.

Вступ

У виборі параметрів цифрового знімання з БПЛА, на відміну від пілотованого аерознімання, доводиться враховувати велику кількість додаткових умов, калібрування знімальних систем, локальний стан погодних умов, локальні параметри висоти і швидкості при аерозніманні, час польоту, аеродинамічні характеристики БПЛА тощо. Окрему увагу у закордонних та вітчизняних публікаціях приділяють питанням точності визначення просторових координат, що підтверджується низкою наукових досліджень.

Найчастіше попередній розрахунок точності виконують за найпростішою схемою та спрощеними методами, вважаючи при цьому основним фактором розрізнявальну здатність цифрової

камери [Михайлов, 2012], що абсолютно неприпустимо. Детальніший огляд усіх факторів та розрахунок їхнього впливу наведено в роботі [Bosak, 2012], проте автор за дуже наближеними виразами розраховував точність визначення просторових координат, що не дає повною мірою оцінити результати досліджень.

Більш строгий метод для виконання попереднього розрахунку точності визначення координат точок за матеріалами аерофотознімання з використанням безпілотних літальних апаратів (БПЛА) наведено в публікації [Шульц, та ін., 2015]. Автори розробили математичну модель визначення координат за парою аерофотознімків, з урахуванням використання даних GNSS для визначення координат центрів фотографування та корегування інерціальної навіга-

ційної системи (INS). Кутіві елементи зовнішнього орієнтування автори знаходять за допомогою INS, використовуючи алгоритм перетворення кореляційних матриць для виконання попереднього розрахунку точності. Методом варіювання отримано вираз для розрахунку впливу систематичних похибок. За отриманими строгими математичними виразами виконано дослідження апіорної точності визначення координат для різних умов аерофотознімання. Експериментально була розрахована точність аерофотознімання для БПЛА з типовими характеристиками, які використовують для створення топографічних карт і планів. Цей підхід, запропонований авторами, вважаємо цікавим, однак неефективним, оскільки в ньому не враховано вплив похибок елементів зовнішнього орієнтування та зміни перевищень між центрами фотографування, що не дозволить адекватно оцінити точність визначення координат точок.

У публікації [Безменов, Сафін, 2019] розглядають підхід щодо визначення точності фотограмметричної засічки для довільного випадку аерофотознімання. З цією метою отримано аналітичні формули для розрахунку похибок просторових координат для будь-яких значень елементів внутрішнього та зовнішнього орієнтування знімальної камери, що дають змогу розрахувати вклад похибки будь-якого із параметрів моделі в точність визначення просторових координат. Автори наголошують, що результати також можуть мати значення для розрахунку вимог до окремих компонентів знімального комплексу, як-от БПЛА, з метою досягнення необхідної точності визначення просторових координат за відсутності на об'єкті опорних точок. В іншій праці [Безменов, Сафін, 2019] автори вдосконалили цей підхід, де наведено рішення задачі точності фотограмметричної засічки при використанні системи кутів Ейлера. Дослідження дають змогу відзначити достатню універсальність загального підходу до вказаної задачі. Однак результати показали, що використання класичного підходу до задач оцінювання точності визначення просторових координат методом фотограмметричної засічки приводить до невиправдано оптимістичної оцінки численних експериментів.

У публікації [Silva, A. & Silva, D., 2015] використано рівняння колінеарності, в якому обертання відповідно до декартової осі задються з кутами Ейлера. Зазначено, що можуть бути комбінації кутів, які залишають матрицю обертання нестабільною, й, отже, рішення може не сходитися або навіть бути невизначеним. Таку проблему було вирішено заміною кутів Ейлера на кватерніони. Програми з ітераційними та прямими методами із заміщенням кутів Ейлера четвертинними були реалізовані для порівняння з методом колінеарності.

У роботі [Mazaheri, & Habib, 2015] представлено три підходи, засновані на кватерніонах, щоб розв'язати проблему SPR. Перші два основані на проєктивному перетворенні та коефіцієнтах DLT, третій загальний підхід на основі кватерніонів. Запропонований підхід розв'язує матрицю обертання за допомогою простого геометричного обмеження, не вимагає часткового похідного обчислення або будь-якого складного алгебраїчного обчислення.

Оцінку можливості використання матеріалів безпілотного аерознімання, отриманих з непрофесійних БПЛА з метою створення топографо-геодезичної основи для розробки генеральних планів забудови населених пунктів, висвітлено в статті [Янчук, Трохимець, 2017]. Оцінку точності досліджували, порівнюючи координати контрольних точок, визначених з побудованого ортофотоплану з координатами, отриманими за результатами GNSS спостережень на місцевості. На основі відхилень координат контрольних точок були розраховані середні квадратичні помилки планового і висотного положення точок ($m_X = 0,10$ м, $m_Y = 0,12$ м, $m_H = 0,18$ м), значення яких задовольняють вимоги інструкції зі складання топографічних та кадастрових планів масштабу 1:2000. Варто зауважити, що в роботі не проаналізовано фактори, які можуть впливати на якість отриманих даних, а також не здійснено апіорну оцінку точності визначення координат точок об'єктів.

У статті [Симеєнев, Тарасова, 2012] розглянуто надійність рішення оберненої фотограмметричної засічки при використанні різних вихідних залежностей між координатами точок місцевості і їхньому зображенні на знімку. Наведено дані, що характеризують надійність

рішення задачі за аналітичними моделями рівнинної місцевості і знімку масштабу 1:10000. На основі аналізу сингулярних чисел запропоновано спосіб визначення оптимального коефіцієнта масштабування, що, на думку авторів, гарантує одержання матриці системи нормальних рівнянь і забезпечує надійність рішення задачі. Показано, що аналіз мінімальних значень чисел обумовленості дозволяє вибрати оптимальний вигляд вихідних залежностей.

Лінійне рішення прямої й оберненої фотографметричної засічки описано в роботі [Цветков, 2011]. Як вихідні дані задають координати опорних точок місцевості і координати їхніх зображень на знімку. Автор наголошує, що запропонований ним метод не накладає обмеження на кути нахилу фотознімку, не потребує попередніх значень елементів внутрішнього орієнтування і загалом дає можливість рішення колінеарної засічки, тобто прямої засічки, що одержується за координатами необмеженої кількості знімків і з однаковими, і з різними елементами внутрішнього орієнтування. Дослідження показали, що така засічка вирішується і при порушенні умови компланарності, яка є обов'язковою за класичного підходу. В іншій праці [Коршунов, та ін., 2013] досліджено метод нецентральної оберненої фотографметричної засічки та варіанти некоректного вирішення цієї задачі.

Цікаве рішення цієї проблеми висвітлено в публікації [Ким Хон Ир, та ін., 2017], де представлено алгоритм рішення рівняння колінеарності на основі алгоритму кватерніонів. Для визначення елементів зовнішнього орієнтування незалежно від одиничних кватерніонів, від кута нахилу і початкового значення невідомого параметру у відповідності з аналітичною обробкою аерофотознімків, зроблених безпілотним літальним апаратом, основана достовірність запропонованого методу шляхом експериментальних розрахунків. Цю ж ідею підтримав і інший автор [Безменов, 2014], рівняння колінеарності він розглядав на основі апарату алгебри кватерніонів, де кутові елементи зовнішнього орієнтування (кути Ейлера) замінив кватерніоном.

Таку проблематику досліджують і у військовій справі. Можливості застосування БПЛА для ведення сучасних бойових дій, розвідки

місцевості висвітлено у статті [Чернишев, Куценко, 2018]. З метою покращення визначення координат безпілотних літальних апаратів у зоні проведення антитерористичної операції автори провели оцінку точності визначення місця розташування радіовипромінювальних цілей різницево-далекомірним методом у рухомій системі пасивної радіолокації на базі зенітних комплексів малої дальності. Результати дослідження показали, що помилки вимірювання координат за різницево-далекомірного методу є несуттєвими і при деяких положеннях БПЛА мають значення, порівняні з його розмірами. Отримані залежності дають змогу вибрати оптимальне з точки зору отримання мінімальних помилок координат БПЛА розташування бойових машин з пасивних радіопеленгаторів. Визначення просторових координат у роботі виконувалось із урахуванням оцінки середньоквадратичної помилки в запропонованій системі координат методом статистичних випробувань із розміром вибірки $N=500$, яка забезпечувала необхідну точність отриманих результатів для вирішення військових задач. Однак така точність не відповідає вимогам топографічного знімання.

У роботі [Березіна, та ін., 2018] здійснено аналіз координатної прив'язки знімків, отриманих за допомогою БПЛА. Розроблено новий метод прив'язки знімків за елементами зовнішнього орієнтування для визначення просторових координат об'єкта, які розраховувались з використанням опорних точок за допустимого значення похибки відхилення від дійсного положення реперних точок не більш ніж 0,5 м. Розглянутий у роботі метод, який використовує симплекс-метод деформуючого багатокутника, дав змогу відновити істинні значення елементів зовнішнього орієнтування, що підвищило точність визначення географічних координат точок на знімку.

У роботі [Babinec, Apeltauer, 2016] розглянуто геометричні властивості поширення неточності оцінки положення об'єкта на основі оцінки гомографії між площиною проєкції. Через нелінійність, спричинену використанням оцінки положення з аерофотознімків, зафіксованих недорогою екшн-камерою, встановленою на БПЛА з низьким польотом, вирішено вико-

ристовувати аналіз поширення невизначеності на основі методу Монте-Карло.

Мета

Розробити оптимальний алгоритм, який дозволить підвищити точність визначення координат місцевості під час аерознімального процесу з допомогою БПЛА.

Методика

Методика полягає у тому, що виконується мінімізація функції, побудованої на підставі умови колінеарності, що дає уточнення елементів зовнішнього орієнтування (ЕЗО) цифрових зображень, а це, своєю чергою, приводить до підвищення точності просторових координат точок об'єктів. Причому запропонована функція – це сума квадратів різниць між вирахуваними та даними спостережень опорних точок на відповідних цифрових зображеннях. Послідовність реалізації запропонованого алгоритму полягає в тому, що урахування умови мінімуму цієї функції дає можливість отримати систему шести нелінійних рівнянь стосовно ЕЗО. Процес визначення ЕЗО виконують двома способами: у першому випадку функцію G мінімізуємо безпосередньо одним із чисельних методів, а в другому – одержуємо як розв'язок системи рівнянь, що дає уточнені значення ЕЗО на підставі початкових наближень, отриманих безпосередньо з телеметрії БПЛА. Для контролю точності визначення ЕЗО застосовують видозмінені умови мінімуму функції G , в яких відсутні операції диференціювання. У результаті, одержуємо остаточні значення ЕЗО в момент знімання.

Результати

Для доведення вірності запропонованої методики розглянемо коротко сутність класичного методу. Відомо, якщо не вдається апаратним способом визначити ЕЗО α , ω , κ , X_S , Y_S , Z_S , то єдиним шляхом їх отримати залишається метод, в основу якого покладена умова колінеарності. Його суть полягає у виборі таких параметрів, для яких різниця відхилень обчислених та вимірених координат на цифрових зображеннях є мінімальною. Відомо [Дорожинський, Тукай, 2008], що координати на знімках x_i ,

y_i визначаються через координати на місцевості X_i , Y_i , Z_i за такими формулами:

$$\begin{aligned} x_i - x_0 &= -f \frac{a_1(X_i - X_S) + b_1(Y_i - Y_S) + c_1(Z_i - Z_S)}{a_3(X_i - X_S) + b_3(Y_i - Y_S) + c_3(Z_i - Z_S)} \\ y_i - y_0 &= -f \frac{a_2(X_i - X_S) + b_2(Y_i - Y_S) + c_2(Z_i - Z_S)}{a_3(X_i - X_S) + b_3(Y_i - Y_S) + c_3(Z_i - Z_S)} \end{aligned} \quad (1)$$

Для спрощення подання матеріалу приймемо

$$x_i - x_0 \sim x_i, \quad y_i - y_0 \sim y_i,$$

$$u_i \sim X_i - X_S, \quad v_i \sim Y_i - Y_S, \quad w_i \sim Z_i - Z_S. \quad (2)$$

Тоді одержимо:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1 &= -f \frac{a_1 u_i + b_1 v_i + c_1 w_i}{a_3 u_i + b_3 v_i + c_3 w_i}, \quad \tilde{y}_1 = -f \frac{a_2 u_i + b_2 v_i + c_2 w_i}{a_3 u_i + b_3 v_i + c_3 w_i}, \\ \tilde{z}_1 &= a_3 u_i + b_3 v_i + c_3 w_i. \end{aligned} \quad (3)$$

Вибір елементів ЕЗО α , ω , κ , X_S , Y_S , Z_S визначаємо за умови

$$G(\alpha, \omega, \kappa, X_S, Y_S, Z_S) = \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{x}_1)^2 + (y_i - \tilde{y}_1)^2 \rightarrow \min \quad (4)$$

а оцінку точності обчислимо за формулою

$$m_G = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{x}_1)^2 + (y_i - \tilde{y}_1)^2}. \quad (5)$$

Традиційний підхід полягає в розкладі правих частин виразів (1) в ряд Тейлора за ЕЗО та у виборі таких значень, за яких виконуються рівності (1) або є близькими до нуля. Мінімальна кількість точок n , необхідних для визначення поправок, визначається числом три. На практиці їхня кількість береться більшою, тобто $n > 3$. Тому систему рівнянь, яка виникає при врівноваженні, розв'язують за допомогою методу найменших квадратів. У цьому підході важливим фактором є вибір точки розкладу в ряд, яка трактується як початкове наближення. Алгоритм ведення обчислень такий: для вибраного певним чином початкового наближення визначають систему лінійних рівнянь, з якої обчислюються поправки ЕЗО. Далі уточнені значення беруться за початкові та знову виконуються обчислення, які завершуються за збігу попередніх та наступних значень у межах необхідної кількості знаків.

На нашу думку, за розкладу у ряд втрачається точність визначення ЕЗО, а це, своєю чергою, приводить до пониження точності визначення координат точок об'єктів місцевості. Для цього потрібні інші підходи. Зокрема, поданими нижче дослідженнями встановлена можливість підвищення точності ЕЗО.

Одним із варіантів іншого підходу може бути переосмислення пошуку екстремального значення. Зміст задачі полягає в пошуку мінімуму функції G . Необхідною умовою його існування [Шкіль М., 2015] є рівність нулю часткових похідних функції G :

$$\begin{cases} \frac{\partial G}{\partial \alpha} = 0 & \frac{\partial G}{\partial X_S} = 0 \\ \frac{\partial G}{\partial \omega} = 0 & \frac{\partial G}{\partial Y_S} = 0 \\ \frac{\partial G}{\partial \kappa} = 0 & \frac{\partial G}{\partial Z_S} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Подамо функцію G в розширеному вигляді:

$$G(\alpha, \omega, \kappa, X_S, Y_S, Z_S) = \sum_{i=1}^n \left(\left(x_i + f \frac{a_1(X_i - X_S) + b_1(Y_i - Y_S) + c_1(Z_i - Z_S)}{a_3(X_i - X_S) + b_3(Y_i - Y_S) + c_3(Z_i - Z_S)} \right)^2 + \left(y_i + f \frac{a_2(X_i - X_S) + b_2(Y_i - Y_S) + c_2(Z_i - Z_S)}{a_3(X_i - X_S) + b_3(Y_i - Y_S) + c_3(Z_i - Z_S)} \right)^2 \right) \quad (7)$$

Диференціювання виразу (7) за змінними X_S, Y_S, Z_S дає три останні системи (6):

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial X_S} &= - \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{x}_1) \frac{fa_1}{\tilde{z}_1} - (x_i - \tilde{x}_1) \frac{\tilde{x}_1 a_3}{\tilde{z}_1} + (y_i + \tilde{y}_1) \frac{fa_2}{\tilde{z}_1} - (y_i + \tilde{y}_1) \frac{\tilde{y}_1 a_3}{\tilde{z}_1} \\ \frac{\partial G}{\partial Y_S} &= - \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{x}_1) \frac{fb_1}{\tilde{z}_1} - (x_i - \tilde{x}_1) \frac{\tilde{x}_1 b_3}{\tilde{z}_1} + (y_i + \tilde{y}_1) \frac{fb_2}{\tilde{z}_1} - (y_i + \tilde{y}_1) \frac{\tilde{y}_1 b_3}{\tilde{z}_1} \\ \frac{\partial G}{\partial Z_S} &= - \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{x}_1) \frac{fc_1}{\tilde{z}_1} - (x_i - \tilde{x}_1) \frac{\tilde{x}_1 c_3}{\tilde{z}_1} + (y_i + \tilde{y}_1) \frac{fc_2}{\tilde{z}_1} - (y_i + \tilde{y}_1) \frac{\tilde{y}_1 c_3}{\tilde{z}_1} \end{aligned} \quad (8)$$

Три перші рівняння системи (6) встановимо диференціюванням за додатковими змінними-компонентами векторів $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$, $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$, $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$, $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$, $\vec{X} = (X_S, Y_S, Z_S)$, які пов'язані рядом умов

$$\begin{aligned} \text{II} \quad & b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 = 1, \\ \text{III} \quad & c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 = 1, \quad \lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6), X^{\leftrightarrow}, \\ \text{IV} \quad & a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = 0, \\ \text{V} \quad & a_1 c_1 + a_2 c_2 + a_3 c_3 = 0, \\ \text{VI} \quad & b_1 c_1 + b_2 c_2 + b_3 c_3 = 0. \end{aligned}$$

За такої постановки задача формулюється як знаходження мінімуму функції Лагранжа:

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1, \\ F(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{X}, l_1, \dots, l_6) &= \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{x}_1)^2 + (y_i - \tilde{y}_1)^2 + l_1(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 - 1) + l_2(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 - 1) + \\ &+ l_3(c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 - 1) + l_4(a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3) + l_5(a_1 c_1 + a_2 c_2 + a_3 c_3) + l_6(b_1 c_1 + b_2 c_2 + b_3 c_3), \\ \frac{\partial F}{\partial a_1} &= 2 \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{x}_1) \frac{u_i f}{\tilde{z}_1} + 2\lambda_1 a_1 + \lambda_4 b_1 + \lambda_5 c_1 = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial a_2} &= 2 \sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_1) \frac{u_i f}{\tilde{z}_1} + 2\lambda_1 a_2 + \lambda_4 b_2 + \lambda_5 c_2 = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial a_3} &= -2 \sum_{i=1}^n ((x_i - \tilde{x}_1) \frac{u_i \tilde{z}_1}{\tilde{z}_1} + (y_i - \tilde{y}_1) \frac{u_i \tilde{z}_1}{\tilde{z}_1}) + 2\lambda_1 a_3 + \lambda_4 b_3 + \lambda_5 c_3 = 0. \end{aligned}$$

Перетворюючи три останні рівності, одержимо:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial a_1} a_1 + \frac{\partial F}{\partial a_2} a_2 + \frac{\partial F}{\partial a_3} a_3 &= 2 \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f a_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f a_2 - a_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)) + 2\lambda_1 = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial a_1} b_1 + \frac{\partial F}{\partial a_2} b_2 + \frac{\partial F}{\partial a_3} b_3 &= 2 \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f b_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f b_2 - b_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)) + \lambda_4 = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial a_1} c_1 + \frac{\partial F}{\partial a_2} c_2 + \frac{\partial F}{\partial a_3} c_3 &= 2 \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f c_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f c_2 - c_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)) + 2\lambda_5 = 0. \end{aligned}$$

Аналогічно, диференціюючи за змінними b_1, b_2, b_3 , знайдемо:

$$\frac{\partial F}{\partial b_1} b_1 + \frac{\partial F}{\partial b_2} b_2 + \frac{\partial F}{\partial b_3} b_3 = 2 \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f b_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f b_2 - b_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)) + \lambda_2 = 0,$$

$$\frac{\partial F}{\partial b_1} a_1 + \frac{\partial F}{\partial b_2} a_2 + \frac{\partial F}{\partial b_3} a_3 = 2 \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f a_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f a_2 - a_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)) + \lambda_4 = 0,$$

$$\frac{\partial F}{\partial b_1} c_1 + \frac{\partial F}{\partial b_2} c_2 + \frac{\partial F}{\partial b_3} c_3 = 2 \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f c_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f c_2 - c_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)) + \lambda_6 = 0.$$

За змінними c_1, c_2, c_3 маємо:

$$\frac{\partial F}{\partial c_1} c_1 + \frac{\partial F}{\partial c_2} c_2 + \frac{\partial F}{\partial c_3} c_3 = 2 \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f c_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f c_2 - c_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)) + \lambda_3 = 0,$$

$$\frac{\partial F}{\partial c_1} a_1 + \frac{\partial F}{\partial c_2} a_2 + \frac{\partial F}{\partial c_3} a_3 = 2 \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f a_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f a_2 - a_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)) + \lambda_5 = 0,$$

$$\frac{\partial F}{\partial c_1} b_1 + \frac{\partial F}{\partial c_2} b_2 + \frac{\partial F}{\partial c_3} b_3 = 2 \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f b_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f b_2 - b_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)) + \lambda_6 = 0.$$

З всієї сукупності рівнянь виключаємо змінні $\lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f b_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f b_2 - b_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)) &= \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f a_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f a_2 - a_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)), \\ \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f c_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f c_2 - c_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)) &= \\ = \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f a_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f a_2 - a_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)), \\ \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f b_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f b_2 - b_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)) &= \\ = \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f c_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f c_2 - c_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)). \end{aligned} \quad (9)$$

Диференціювання функції F за змінними λ_i до системи дев'яти нелінійних рівнянь з та формули (9), і після їх спрощень, приводить дев'ятьма невідомими:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f b_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f b_2 - b_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)) &= \\ = \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f a_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f a_2 - a_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)) \\ \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f c_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f c_2 - c_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)) &= \\ = \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f a_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f a_2 - a_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)) \\ \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f b_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f b_2 - b_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)) &= \\ = \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1) f c_1 + (y_i - \tilde{y}_1) f c_2 - c_3 ((x_i - \tilde{x}_1) \tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1) \tilde{y}_1)) \\ a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 &= 1 \\ a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 &= 1 \\ b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 &= 1 \\ a_1 c_1 + a_2 c_2 + a_3 c_3 &= 0 \\ b_1 c_1 + b_2 c_2 + b_3 c_3 &= 0 \\ c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 &= 1 \end{aligned} \right.$$

У наведеній системі частково можна вилучити невідомі, в результаті чого прийдемо до трьох

нелінійних рівнянь. Доповнені виразами (8) дають систему з невідомими, $\alpha, \omega, \kappa, X_S, Y_S, Z_S$.

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{x}_1) \frac{fa_1}{\tilde{z}_1} - (x_i - \tilde{x}_1) \frac{\tilde{x}_1 a_3}{\tilde{z}_1} + (y_i + \tilde{y}_1) \frac{fa_2}{\tilde{z}_1} - (y_i + \tilde{y}_1) \frac{\tilde{y}_1 a_3}{\tilde{z}_1} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{x}_1) \frac{fb_1}{\tilde{z}_1} - (x_i - \tilde{x}_1) \frac{\tilde{x}_1 b_3}{\tilde{z}_1} + (y_i + \tilde{y}_1) \frac{fb_2}{\tilde{z}_1} - (y_i + \tilde{y}_1) \frac{\tilde{y}_1 b_3}{\tilde{z}_1} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{x}_1) \frac{fc_1}{\tilde{z}_1} - (x_i - \tilde{x}_1) \frac{\tilde{x}_1 c_3}{\tilde{z}_1} + (y_i + \tilde{y}_1) \frac{fc_2}{\tilde{z}_1} - (y_i + \tilde{y}_1) \frac{\tilde{y}_1 c_3}{\tilde{z}_1} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1)fb_1 + (y_i - \tilde{y}_1)fb_2 - b_3((x_i - \tilde{x}_1)\tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1)\tilde{y}_1)) &= \\ \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1)fa_1 + (y_i - \tilde{y}_1)fa_2 - a_3((x_i - \tilde{x}_1)\tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1)\tilde{y}_1)) &= \\ \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1)fc_1 + (y_i - \tilde{y}_1)fc_2 - c_3((x_i - \tilde{x}_1)\tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1)\tilde{y}_1)) &= \\ = \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1)fa_1 + (y_i - \tilde{y}_1)fa_2 - a_3((x_i - \tilde{x}_1)\tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1)\tilde{y}_1)) &= \\ \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1)fb_1 + (y_i - \tilde{y}_1)fb_2 - b_3((x_i - \tilde{x}_1)\tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1)\tilde{y}_1)) &= \\ = \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{\tilde{z}_1} ((x_i - \tilde{x}_1)fc_1 + (y_i - \tilde{y}_1)fc_2 - c_3((x_i - \tilde{x}_1)\tilde{x}_1 + (y_i - \tilde{y}_1)\tilde{y}_1)) &= \end{aligned} \right. \quad (10)$$

Застосуємо систему рівнянь (10) як критерій досягнення мінімуму функції G . Перевага такого підходу полягає у можливості перевірки без знаходження похідних. Для підтвердження наведених вище викладок, апробуємо запропонований алгоритм на відповідних прикладах. У табл./ 1 наведені координати опорних точок на місцевості та ви-

міряних на знімках, отриманих з БПЛА, а в табл. 2 подані ЕЗО послідовно обчислені: I рядок – початкові значення, II рядок – уточнені значення за урахуванням безпосередньої мінімізації, III рядок – уточнені як розв’язок системи (6). При цьому значення похибки G зменшується на порядок (восьмий стовпець, рядки № 2, 3).

Table 1

Координати опорних точок на місцевості та їхні фотограмметричні координати на знімку

№	X (м)	Y (м)	Z (м)	x_a (мм)	y_a (мм)
1	5455868,56	670717,53	574,45	10,666	14,473
2	5455710,54	670755,53	581,13	10,548	-11,845
3	5455757,67	670693,33	576,72	2,599	-1,760
4	5455834,278	670653,26	574,03	-0,642	12,248
5	5455702,22	670689,28	584,14	-0,296	-10,931
6	5455819,22	670627,87	573,77	-5,392	10,974
7	5455762,24	670673,22	575,95	-0,445	-0,182
8	5455771,55	670673,12	575,57	-0,078	1,352
9	5455769,06	670691,81	576,07	2,818	0,142

Table 2

Елементи зовнішнього орієнтування лівого знімка

	α°	ω°	κ°	X_S (м)	Y_S (м)	Z_S (м)	m_G (мм)
I	5°22–40,5°	0°54–6,45°	14°44–20,18°	670650,10	5455759,04	784,62	9,260
II	5°22–40,506°	0°54–4,23°	14°44–20,18°	670655,99	5455760,70	784,62	0,053
III	6°05–21,6°	1°21–49,10°	14°39–30,86°	670653,27	545575,89	785,00	0,006

Перевірка умови (6) для наведеного прикладу показує на значні її відхилення (табл. 3) для початкових значень (рядок I) та отриманих з мінімізацією функції (рядок II). Обчислені значення параметрів ЕЗО з системи (6) дають виконання цієї умови (рядок III). Тому значення ЕЗО є більш реальними в рамках розв'язування нашої задачі, хоча вони значно відрізняються від попередніх.

Це зумовлено такими факторами. По-перше, значення функції є мінімальним, а по-друге, всі часткові похідні практично дорівнюють нулю, а це є умова мінімуму функції багатьох змінних.

Як уже зазначено вище, перевіримо конкретно на прикладі систему (10). Результат для наведеного прикладу подано у табл. 4 (в стовпцях 1–6 наведені результати обчислення лівих частин системи (10), а рядки I–III аналогічні табл. 2–3).

Table 3

Значення похідних функції G

№	$\frac{\partial G}{\partial \alpha}$	$\frac{\partial G}{\partial \omega}$	$\frac{\partial G}{\partial \kappa}$	$\frac{\partial G}{\partial X_s}$	$\frac{\partial G}{\partial Y_s}$	$\frac{\partial G}{\partial Z_s}$
I	-0.5176839	-0.1431993	0.0246195	-2.35232E-3	-6.54301E-4	-4.77721E-4
II	-4.58238E-3	-2.526614E-3	2.494619E-3	-8.25534E-6	-2.53483E-7	-4.61511E-5
III	-5.446717E-12	5.61220E-11	2.78960E-12	-4.27043E-14	2.39136E-13	1.05774E-13

Table 4

Значення лівих частин системи (10) похідних функції G

№	1	2	3	4	5
I	0.028	9.175E-3	0.153	-0.335	-9.059
II	-2.375E-3	-4.183E-4	0.028	-0.041	0.08
III	3.287E-12	-3.06E-12	-2.541E-11	2.385E-11	7.98E-11

Наукова новизна

Отримані формули, за допомогою яких підвищується точність створення топографічних матеріалів цифровим стереофотограмметричним методом.

Практична значущість

Упровадження розробленого алгоритму дасть змогу суттєво підвищити точність опрацювання великомасштабних ортофотопланів та топографічних планів, створених за матеріалами аерознімання з БПЛА.

Висновки

З наведених досліджень можна зробити такі висновки:

1. Параметри ЕЗО визначаються за допомогою класичного на сьогодні з недостатньо потрібною для технологічної схеми створення великомасштабних ортофотопланів точністю.

2. Підвищення точності визначення ЕЗО можливе із застосуванням запропонованого ал-

горитму, що підтверджується наведеними прикладами на реальному матеріалі.

3. У подальших дослідженнях автори планують розглянути можливість застосування безпосереднього розв'язування систем нелінійних рівнянь, що дасть уникнути додаткових умов знаходження ЕЗО.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- Безменов В. М. Применение кватернионов в фотограмметрии. *Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка*, 2014. Вып. (5) С. 22–27.
- Безменов В. М., Сафин К. И. Фотограмметрическая засечка. Оценка точности для произвольного случая съемки. *Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка*, 2019. Вып. 63(4). С. 400–406. doi: 10.30533/0536-101X-2019-63-4-400-406.
- Безменов В. М., Сафин К. И. Оценка точности фотограмметрической засечки для произвольного случая съемки. Общий подход к решению задачи. *Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса*, 2019. Вып. 16(6). С. 283–289.

- Березіна С. І., Логачов С. В., Солонець О. І. Метод координатної прив'язки знімків, отриманих з БПЛА, за елементами зовнішнього орієнтування. *Системи озброєння і військова техніка*, 2018. Вип. (1). С. 76–83.
- Дорожинський О., Тукай Р. Фотограмметрія. Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2008, 332 с.
- Ким Хон Ир, Бом Р. Ч., Хян К. Ж., Чхол Ж. Исследование возможности использования кватернионов для определения параметров внешнего ориентирования в фотограмметрии. *Научные исследования*, 2017. Вип. (5 (16)).
- Коршунов Р. А., Носков В. В., Погорелов В. В. Нецентральная обратная фотограмметрическая засечка. *Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка*, 2013. Вип. (5). С. 67–71.
- Михайлов А. П. Еще раз о выборе цифровых фотокамер для выполнения аэрофотосъемки с беспилотных аппаратов. In *Тезисы 12-й Международной научно-технической конференции «От снимка к карте: цифровые фотограмметрические технологии»*. 2012.
- Симинеев А. А., Тарасова Е. И. Обратная фотограмметрическая засечка: надежность решения задачи. *Вестник Санкт-Петербургского университета. Науки о Земле*, 2012. Вип. (4). С. 129–134.
- Цветков В. Я. Линейная фотограмметрическая засечка. *Науки о Земле*, 2011. Вип. (2). С. 44–46.
- Чернишев М. І., Куценко В. В. Оцінка точності визначення положення БпЛА різницево-далеким методом в рухомій системі пасивної радіолокації зенітних комплексів малої дальності. *Системи озброєння і військова техніка*, 2018. Вип. (2). С. 61–66.
- Шкіль М. І. Математичний аналіз: у 2-х т.: підручник у 2-х ч., 3-тє вид., переробл. і допов., Київ: Вища школа, 2005. 447 с.
- Шульц Р. В., Войтенко С. П., Крельштейн П. Д., Маліна І. А. До питання розрахунку точності визначення координат точок під час аерофотознімання з безпілотних літальних апаратів. *Інженерна геодезія*, 2015. Вип. (62). С. 124–136.
- Янчук Р. М., Трохимець С. М. Створення картографічної основи для розробки генеральних планів населених пунктів за матеріалами аерознімання з непрофесійних БПЛА. *Серія Технічні науки*, 2017. Вип. 1 (77). С. 32–39.
- Babinec, A. & Apeltauer, J. (2016). On accuracy of position estimation from aerial imagery captured by low-flying UAVs. *International Journal of Transportation Science and Technology*, 5(3), 152–166. <https://doi.org/10.1016/j.ijtst.2017.02.002>. (in English).
- Bosak K. (2012). Secrets of UAV photomapping by Krzysztof Bozak. 66p. URL: http://s3.amazonaws.com/DroneMapper_US/documentation/pteryx-mapping-secrets.pdf.
- Silva, A. M. & Silva, D. C. (2015). Resseção espacial em fotogrametria com quatérnios (The photogrammetric spatial resection using quaternion). *Boletim de Ciências Geodésicas*, 21(4), 2015, 750–764. (in Spanish).
- Mazaheri, M. & Habib, A. (2015). Quaternion-Based Solutions for the Single Photo Resection Problem. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 81(3), 209–217. (in English).

V. HLOTOV¹, M. FYS¹, O. PASHCHETNYK²

¹ Lviv Polytechnic National University, 12, S. Bandery Str., Lviv, 79013, Ukraine, e-mail: volodymyr.m.hlotov@lpnu.ua

² The Land Forces Scientific Center of the Hetman Petro Sahaidachnyi National Army Academy, St. Heroes of the Maidan, 32, Lviv, 79026, Ukraine, e-mail: Olesyalviv@i.ua

<https://doi.org/>

DEVELOPMENT OF A METHODICS FOR IMPROVING THE ACCURACY OF DETERMINATION OF SPATIAL COORDINATES OF OBJECT POINTS DURING AIR SURVEILLANCE FROM A UAV

Purpose. Develop an optimal algorithm that will increase the accuracy of determining the coordinates of the terrain when using the aerial process applying an unmanned aerial vehicle (UAV). **Method.** The minimization of function based on the condition of collinearity is performed, which clarifies the elements of external orientation (EZO) of digital images and leads to an increase in the accuracy of the spatial coordinates of the points of objects. The proposed function is the sum of the squares of the differences between the calculated and measured reference points on the corresponding digital images. The sequence of implementation of the proposed algorithm is that taking into account the condition of the minimum of this function makes it possible to obtain a system of six nonlinear equations for EZO. The process of determining EZO is performed in two ways: in the first case, the function G is minimized directly by one of the numerical methods, and in the second – obtained as a solution of a system of

equations, which gives refined EZO values based on initial approximations obtained directly from UAV telemetry. Modified conditions of the minimum of the function G in which there are no differentiation operations are used to control the accuracy of EZO determination. As a result, we obtain the final values of the EZO at the time of shooting.

Results. An algorithm has been developed and tested on mock-ups on real examples, which allows to increase the accuracy of calculating the coordinates of terrain points when using UAVs for the aerial photography process.

Scientific novelty. Formulas are obtained, which increase the accuracy of creating topographic materials by digital stereophotogrammetric method. **Practical significance.** The implementation of the developed algorithm will significantly increase the accuracy of processing large-scale orthophotos and topographic plans created on the basis of aerial photography from UAVs.

Key words: unmanned aerial vehicle, elements of external orientation, partial derivatives, nonlinear equations.

Надійшла 03.09.2020 р.