

Д. Пелешко

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра автоматизованих систем управління

# ВИКОРИСТАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНОЇ ТЕОРІЇ ЛІНІЙНИХ МОДЕЛЕЙ СТОХАСТИЧНИХ СИГНАЛІВ ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ ФІЛЬТРАЦІЇ ЗА ПАРАМЕТРОМ НАБОРІВ ОДНОТИПНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

© Пелешко Д., 2010

На основі енергетичної теорії лінійних моделей стохастичних сигналів запропоновано інтервальні оцінки для параметрів цієї моделі з метою організації фільтрації наборів однотипних зображень. Визначено особливості використання кожної із вибраних моделей представлень. Наведено приклади практичних експериментів.

**Constriction of almost factor space by means of solving the problem of correlation maximum searching is solved the task of one type image centering. Almost factor space is resulted from constriction of topological space surface built upon introduction of semi metrics for characteristics of energetic theory of stochastic signal linear models. We exemplified results of comparative analysis of work rapidity of different algorithms of image set centering.**

## Вступ

Розроблення методів видобування інформації із наборів цифрових зображень висуває певні вимоги до формування і попередньої обробки не лише окремих зображень, а й до параметрів та характеристик наборів загалом. До останніх зокрема належать однотипність й однакова розрядність зображень, суміщення в межах піксела тощо. Це спричиняє потребу у розвитку і постійному вдосконаленню методів попередньої обробки наборів. Однією із найактуальніших задач у царині попередньої обробки є фільтрації з погляду покращання характеристик множини параметрів обраної моделі представлення зображень набору.

## Постановка задачі

Нехай існує набір Р однотипних зображень. Шумом набору називатимемо стохастичні варіації параметрів обраної моделі моделі представлення зображень набору [2]. При цьому моделями представлення наборів зображень виберемо енергетичної теорії лінійних моделей стохастичних сигналів [1].

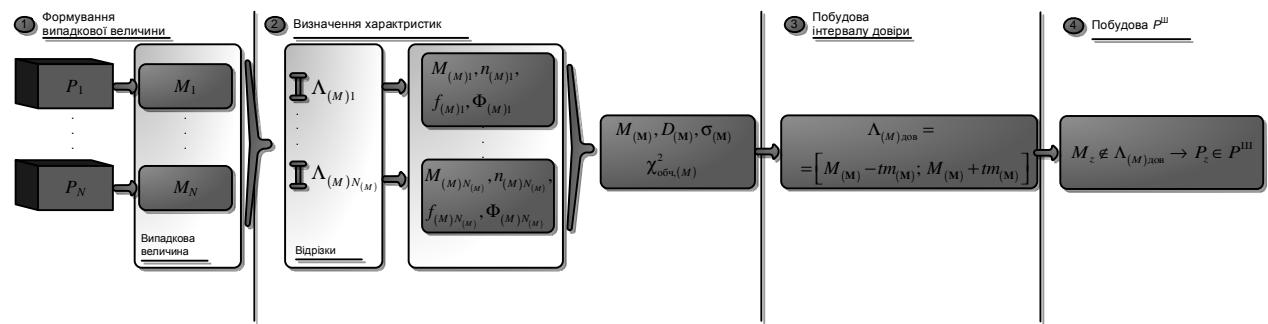


Рис. 1. Схема фільтрації на основі параметрів моделей представлення

Якщо через РФ позначити відфільтровану підмножину зображень набору Р, а через РШ – множину зображень з Р, які складають “шум”, то, очевидно, повинна задовольнятись операція об’єднання РШ і РФ. Тоді задача фільтрації полягає в побудові РШ множини такої, щоб мала місце операція

$$P = P^\Phi \cup P^{\text{III}}; \quad P^\Phi \cap P^{\text{III}} = \emptyset. \quad (1)$$

Ідею фільтрації за параметром викладено на рис.1. Тут через X позначено параметр методу. Таке позначення означає, що у випадку використання цієї схеми відносно визначені характеристики деякої моделі, достатньо символ X замінити на позначення характеристики моделі.

### Фільтрація набору зображень на основі параметрів енергетичної теорії лінійних моделей стохастичних сигналів

За базову модель для представлення зображень Рz [3] набору Р виберемо енергетичну теорію лінійних моделей стохастичних сигналів [2] (тут змінна z є індексом зображення у наборі Р розмірністю N). У цій моделі параметрами є скінчення енергія Ez та середня потужність Пz, [2, 3], які можуть бути параметрами характеристичної фільтрації. Очевидно, що в практичних експериментах достатньо вибрати одну характеристику. Цей вибір визначається належністю сигналу, який представлений зображенням, до одного із класів ε чи π [2]. Стосовно схеми, наведеної на рис.1, символ X треба замінити символом вибраного параметра моделі представлення Ez або Пz.

Тоді формуємо вибірку випадкової величини із генеральної сукупності для наборів випадкових величин:

- якщо зображення належить класу сигналів ε [2], то

$$P \leftrightarrow \{E_z\} \quad (2)$$

- якщо зображення належить класу сигналів π [2], то

$$P \leftrightarrow \{\Pi_z\} \quad (3)$$

Для кожного з наборів (2) і (3) через сортування за зростанням будуємо інтервали  $\Lambda_{(E)k}$  та  $\Lambda_{(\Pi)k}$  впорядкованих відповідних випадкових величин {Ez} та {Пz}

- клас сигналів ε

$$\forall z \in [1..N], \exists k \in [1..N_{(E)}]: E_z = E_{z,k} \in \Lambda_{(E)k} = [I_{(E)k-1}, I_{(E)k}], \quad (4)$$

$$I_{(E)0} = \min_{z \in [1..N]} (E_z); \quad I_{(E)N_{(E)}} = \max_{z \in [1..N]} (E_z) \quad (5)$$

$$L_{(E)} = \{\Lambda_{(E)k}\} \quad (6)$$

де  $N(E)$  – розмірність  $L_{(E)}$ , тобто  $\dim L_{(E)} = N_{(E)}$ .

- клас сигналів π

$$\forall z \in [1..N], \exists k \in [1..N_{(\Pi)}]: \Pi_z = \Pi_{z,k} \in \Lambda_{(\Pi)k} = [I_{(\Pi)k-1}, I_{(\Pi)k}], \quad (7)$$

$$I_{(\Pi)0} = \min_{z \in [1..N]} (\Pi_z); \quad I_{(\Pi)N_{(\Pi)}} = \max_{z \in [1..N]} (\Pi_z) \quad (8)$$

$$L_{(\Pi)} = \{\Lambda_{(\Pi)k}\} \quad (9)$$

Тут  $\Lambda_{(E)k} = [I_{(E)k-1}, I_{(E)k}]$   $\Lambda_{(\Pi)k} = [I_{(\Pi)k-1}, I_{(\Pi)k}]$  – k-i інтервали для випадкових величин {Ez} та {Пz}, які утворюють варіаційні ряди  $L_{(E)}$  та  $L_{(\Pi)}$ ;  $E_{z,k}$ ,  $\Pi_{z,k}$  – z-i значення величин {Ez} та {Пz}, які потрапили відповідно в  $\Lambda_{(E)k}$  чи  $\Lambda_{(\Pi)k}$ ;  $I_{(E)k}$ ,  $I_{(\Pi)k}$  – інтервальні границі відрізків  $\Lambda_{(E)k}$  та  $\Lambda_{(\Pi)k}$ ;  $N(E)$ ,  $N(\Pi)$  – розмірності  $L_{(E)}$  та  $L_{(\Pi)}$ . При цьому має місце

$$\dim L_{(E)} = N_{(E)}; \quad \dim L_{(\Pi)} = N_{(\Pi)} \quad (10).$$

Для формування відрізків набору  $L_{(E)}$  та  $L_{(\Pi)}$  можна скористатись формулою [4]

$$k = \log_2 N + 1 \quad (11)$$

Для отриманих  $\Lambda_{(E)k}$  і  $\Lambda_{(\Pi)k}$  визначимо середні значення  $M_{(E)k}$  та  $M_{(\Pi)k}$  випадкових величин

$\{E_z\}$  і  $\{\Pi_z\}$  відповідно та їх експериментальні частоти (5.7)

• клас сигналів  $\varepsilon$

$$M_{(E)k} = M E_{zk} = \frac{1}{n_{(E)k}} \sum_{E_{zk} \in \Lambda_{(E)k}} E_{zk}; \quad \Lambda_{(E)k} \rightarrow M_{(E)k}, \quad \mathbf{M}_{(E)} = \{M_{(E)k}\}, \quad k = \overline{1, N_{(E)}}, \quad (12)$$

$$f_{(E)k} = \frac{n_{(E)k}}{N}. \quad (13)$$

• клас сигналів  $\pi$

$$M_{(\Pi)k} = M \Pi_{zk} = \frac{1}{n_{(\Pi)k}} \sum_{\Pi_{zk} \in \Lambda_{(E)k}} \Pi_{zk}; \quad \Lambda_{(\Pi)k} \rightarrow M_{(\Pi)k}, \quad \mathbf{M}_{(\Pi)} = \{M_{(\Pi)k}\}, \quad k = \overline{1, N_{(\Pi)}}, \quad (14)$$

$$f_{(\Pi)k} = \frac{n_{(\Pi)k}}{N}. \quad (15)$$

де  $n_{(E)k}$ ,  $n_{(\Pi)k}$  – кількості випадкових величин  $E_z$ ,  $\Pi_z$  з інтервалів  $\Lambda_{(\Pi)k}$  та  $\Lambda_{(E)k}$ .

Для перевірки гіпотези про нормальній розподіл з густиновою (5.8) випадкових величин  $\{E_z\}$  і  $\{\Pi_z\}$  визначимо математичні сподівання  $M_{(E)}$  і  $M_{(\Pi)}$ , дисперсії  $D_{(E)}$  і  $D_{(\Pi)}$  та середньоквадратичні відхилення  $\sigma_{(E)}$  і  $\sigma_{(\Pi)}$

• клас сигналів  $\varepsilon$

$$M_{(E)} = M E_z = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N E_z; \quad (16)$$

$$D_{(E)} = D E_z = \frac{1}{N-1} \sum_{z=1}^N (E_z - M_{(E)})^2; \quad (17)$$

$$\sigma_{(E)} = \sqrt{D_{(E)}}. \quad (18)$$

• клас сигналів  $\pi$

$$M_{(\Pi)} = M \Pi_z = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Pi_z; \quad (19)$$

$$D_{(\Pi)} = D \Pi_z = \frac{1}{N-1} \sum_{z=1}^N (\Pi_z - M_{(\Pi)})^2; \quad (20)$$

$$\sigma_{(\Pi)} = \sqrt{D_{(\Pi)}}. \quad (21)$$

Теоретичні частоти величин  $\{E_z\}$  і  $\{\Pi_z\}$ , які відповідають  $k$ -му інтервалам відповідних класів, обчислюються за формулами

$$\Phi_{(E)k} = \Phi(M_{(E)k}) = \frac{I_{(E)k} - I_{(E)k-1}}{K} \frac{1}{\sigma_{(E)} \sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{M_{(E)k} - M_{(E)}}{\sqrt{2}\sigma_{(E)}}\right)^2}. \quad (22)$$

$$\Phi_{(\Pi)k} = \Phi(M_{(\Pi)k}) = \frac{I_{(\Pi)k} - I_{(\Pi)k-1}}{K} \frac{1}{\sigma_{(\Pi)} \sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{M_{(\Pi)k} - M_{(\Pi)}}{\sqrt{2}\sigma_{(\Pi)}}\right)^2}. \quad (23)$$

Тоді із врахування (22) та (23) значення  $\chi^2$  для кожного класу сигналів визначатиметься так

• клас сигналів  $\varepsilon$

$$\chi^2_{\text{обч.}(E)} = N \sum_{k=1}^{N_{(E)}} \frac{(f_{(E)k} - \Phi_{(E)k})^2}{\Phi_{(E)k}}. \quad (24)$$

• клас сигналів  $\pi$

$$\chi^2_{\text{обч},(\Pi)} = N \sum_{k=1}^{N_{(\Pi)}} \frac{\left( f_{(\Pi)k} - \Phi_{(\Pi)k} \right)^2}{\Phi_{(\Pi)k}} . \quad (25)$$

За  $\chi^2_{\text{обч},(E)}$  та  $\chi^2_{\text{обч},(\Pi)}$  приймається рішення про правильність гіпотези про нормальній розподіл випадкової величини (із заданим рівнем значимості).

Побудова інтервалу довіри та шумового набору. Якщо для кожного класу сигналів таку гіпотезу прийнято, то для випадкових величин  $\{Ez\}$  і  $\{\Pi z\}$  можна побудувати відповідні інтервали довіри із власними середньоквадратичне відхилення середнього арифметичного

$$\Lambda_{(E)\text{дов}} = \left[ M_{(E)} - tm_{(E)}; M_{(E)} + tm_{(E)} \right], \quad m_{(E)} = \frac{\sigma_{(E)}}{\sqrt{N}} . \quad (26)$$

$$\Lambda_{(\Pi)\text{дов}} = \left[ M_{(\Pi)} - tm_{(\Pi)}; M_{(\Pi)} + tm_{(\Pi)} \right], \quad m_{(\Pi)} = \frac{\sigma_{(\Pi)}}{\sqrt{N}} . \quad (27)$$

Використовуючи (26) та (27), приймається рішення про віднесення зображення до одного з наборів РФ чи РШ для кожної із характеристик Ez і  $\Pi z$ . на основі правила (1).

$$\forall z \in [1..N]: \quad M_z \notin \Lambda_{(M)\text{дов}} \rightarrow P_z \in P^{\text{III}} \quad (28)$$

### Висновки і результати практичних експериментів

Практична реалізація теоретичних наведених вище викладок здійснювалась для фільтрації набору однотипних зображень, який має такі характеристики: розмірність набору –  $N = 27$  зображень; зображення в градаціях срібого; розмірність кожного зображення –  $1 = 34 \times h = 54$  пікселів.

На рис. 2 наведено результати рішення задачі фільтрації за параметром (Ez) при різних значеннях рівня значимості  $\alpha$ .



Рис.2. Результати фільтрації за параметром набору однотипних зображень при різних значеннях  $\alpha$ -квантилю розподілу Ст'юдента

За результатами практичних експериментів, наведених на рис. 2, можна зробити такі висновки: при зростанні довірчої імовірності ( $1-t$ ) інтервал довіри розширяється, що призводить до зменшення розмірності РШ; характер падіння залежно від  $\alpha$  є достатньо великим. А тому вибір параметрів Ez чи  $\Pi z$  для організації фільтрації за параметром повинен бути мотивованим іншими чинниками.

1. Драган Я.П., Сікора Л.С., Яворський Б.І. Енергетична теорія лінійних моделей стохастичних сигналів. – Львів: Центр стратегічних досліджень еко-біотехнічних систем, 1999. – 133 с.
2. Пелешко Д.Д., Раікевич Ю. М. Класифікація моделей представлення зображень та наборів

зображені як стохастичних зображень та полів // Матеріали міжнародної наукової конференції “Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчіювального інтелекту (ISDMCI'2009)” 18–22 травня 2009 року, Євпаторія, Крим, Збірка у двох томах Т.2. Секція 4 “Обчислювальний інтелект та індуктивне моделювання”. – С.401–405. З. Лихолетов И.И., Мацкевич И.П. Руководство к решению задач по высшей математике, теории вероятностей и математической статистике. – Минск: Высшая школа, 1969. – 454 с.

УДК 519.718.2

С. Щербовських

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра електроприводу та  
автоматизації промислових установок

## ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКОСТІ ЗАПАСНИХ ЧАСТИН ДЛЯ ЗГРУПОВАНИХ ОДИНАРНИХ ВІДНОВЛЮВАНИХ ОБ’ЄКТІВ

© Щербовських С., 2010

**Розглянуто проблему визначення кількості запасних частин для згрупованих одинарних відновлюваних об’єктів з миттєвими ремонтами та з урахуванням тривалості ремонтів. Вирішити проблему запропоновано шляхом складання та аналізу таблиці працездатності за методом прямого перебрання.**

**The paper is devoted to problem of spare parts amount calculation for grouped single renewal item with instantaneous repairs and time repairs taking into account. This problem solving is proposed by creating and analysis reliability table that based on the enumeration method.**

### Постановка проблеми

Для безперебійного функціонування одинарних відновлюваних об’єктів упродовж заданого напрацювання необхідно забезпечити на складі необхідну кількість запасних частин. З погляду економії, зберігання запасних частин вимагає витрат, а тому прагнуть звести їх кількість до нуля. З погляду надійності, для абсолютноного уникнення перебоїв системи через брак запасних частин, їх кількість має бути необмеженою. Вказане протиріччя розв’язують шляхом мінімізації функціонала загальних витрат, пов’язаних із зберіганням та нестачею запасних частин за обумовлене напрацювання. Особливим аспектом, під час складання цього функціоналу, є можливість врахування у ньому того, що об’єкт функціонує не сам, а у групі однотипних об’єктів. Розроблення адекватного та ефективного методу обчислення такого функціоналу є важливою науковою проблемою. Зокрема, публікація присвячена визначенню зведені оптимальної кількості запасних частин для одинарного відновлюваного об’єкта з урахуванням та без урахування тривалості ремонтів, що функціонує у групі. Практична цінність розв’язання вказаної проблеми полягає у розробленні адекватного методу визначення оптимальної кількості запасних частин для відновлюваних об’єктів, які функціонують у групі.

### Огляд літератури

Кількість запасних частин зазвичай визначають статистичними методами [1]. З цією метою аналізують відмови об’єкта та витрати, спричинені ними і за кілька ітерацій наближаються до оптимального значення. Для відповідальних та високовартісних об’єктів такий підхід є