

В. Різник, В. Пилип, Т. Тимченко
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра автоматизованих систем управління

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАВАДОСТІЙКИХ ЦИКЛІЧНИХ КОДІВ НА КОМБІНАТОРНИХ КОНФІГУРАЦІЯХ

© Різник В., Пилип В., Тимченко Т., 2012

Розглянута можливість використання комбінаторних конфігурацій, таких як “ідеальні кільцеві в’язанки” (ІКВ) для дослідження завадостійких циклічних кодів та поліпшення їхніх параметрів на основі використання властивостей ІКВ.

Ключові слова: комбінаторна конфігурація, завадостійкий циклічний код, параметри коду, надмірність, ідеальна кільцева в’язанка (ІКВ), монолітний ІКВ- код.

Possibility for application of the combinatorial configurations such as “Ideal Ring Bundles” (IRB)s for research of protective cyclic codes and improvement of its parameters using remarkable IRB’s properties has been regarded.

Key words: combinatorial configuration, protective cyclic code, parameters of code, redundant, Ideal Ring Bundle (IRB), IRB-monolithic code.

Вступ

У традиційних системах кодування не завжди повністю використовуються потенційні можливості методів завадостійкого кодування. Тому актуальною проблемою є використання як класичних, так й нетрадиційних комбінаторних конфігурацій з ортогональними властивостями для побудови систем кодування з поліпшеними параметрами за такими показниками як потужність коду, швидкість виявлення та виправлення помилок тощо. До таких конфігурацій належать комбінаторні конструкції, елементами яких можуть бути, наприклад, впорядковані цілі числа, причому властивості таких конструкцій визначаються не лише значеннями їх елементів, але й значеннями сум будь-якої кількості послідовно впорядкованих цих елементів. Різновидом ортогональних числових послідовностей є ідеальні кільцеві в’язанки (ІКВ) –впорядковані за кільцевою схемою числа, у яких всі числа та суми послідовно впорядкованих чисел вичерпують ряди натуральних чисел фіксованим числом способів [1]. Під час побудови ефективних систем кодування на основі ідеальних кільцевих в’язанок використовуються саме ці комбінаторні властивості. Велику групу оптимальних комбінаторних кодів становлять надлишкові двійкові коди з високою захищеністю від завад, коди швидкого перетворення форми інформації, коди з можливістю здійснення шифрування даних, а також великий клас ортогональних кодових послідовностей з добрими кореляційними властивостями [2].

Постановка задачі

Комбінаторні властивості ІКВ дають змогу розглядати різноманітні за постановкою критеріальні задачі, пов’язані з побудовою та дослідженням циклічних кодів. Одна з таких задач – збільшення потужності коду без зростання його інформаційної надмірності. Нагода збільшення потужності впливає з можливості використання для кодування не лише прямих (у звичному розумінні), але й інверсних послідовностей, тобто таких, де одиничні символи замінені нульовими, і навпаки, а також у залученні до використання численних ізоморфних варіантів ІКВ[2] та їхніх дзеркальних відображень відносно основних чи інверсних послідовностей, оскільки всі вони за своїми властивостями є, зазвичай, ортогональними або псевдоортогональними.

Метод дослідження завадостійких циклічних кодів

В основі завадостійкого кодування, як відомо, лежить принцип введення інформаційної надмірності, що дає змогу виявляти та виправляти помилки [2]. Для спрощення побудови циклічних завадостійких кодів, використовують комбінаторні властивості “ідеальних кільцевих в’язанок” (ІКВ). У

найпростішому випадку ІКВ – це послідовність $K_n=(k_1, k_2, \dots, k_i, \dots, k_n)$ цілих додатних чисел, на якій всі можливі кільцеві суми вичерпують значення чисел натурального ряду $1, 2, \dots, S_n=n(n-1)$ рівно R разів, де кільцевою вважається сума будь-якої кількості послідовно впорядкованих чисел ІКВ – від одного до $(n-1)$. Для дослідження кодів використовують послідовності цілих додатних чисел, впорядкованих у вигляді замкненої кільцевої схеми, де всі числа разом зі сумами двох, трьох і т.д. поруч розміщених чисел відтворюють натуральний ряд R різними способами. Метою роботи є дослідження завадостійкості циклічних кодів, побудованих на основі ІКВ, які доповнені інверсними послідовностями, ізоморфними варіантами ІКВ та їхніми дзеркальними відображеннями. На основі цих даних була розроблена програма, яка дає змогу досліджувати багатопозиційні циклічні коди, рівно ж й монолітні ІКВ-коди з погляду можливості поліпшення їх основних параметрів.

Основні залежності

Загальну кількість C_2 різних пар дозволених комбінацій циклічного коду довжиною S_n легко обчислити за загальновідомою формулою

$$C_2 = S_n(S_n + 1)/2, \quad (1)$$

При цьому кількість дозволених (основних) комбінацій циклічного коду збігається з довжиною цих кодових комбінацій

$$P_n = S_n = (n^2 - n)/R + 1, \quad (2)$$

де n і R параметри ІКВ [1].

Кожна пара різних кодових комбінацій містить рівно R одиничних символів в однойменних розрядах, що впливає з властивостей ІКВ, а решта $(n - R)$ символів кожної з порівнюваних між собою кодових послідовностей відрізняються між собою в однойменних розрядах. Тому мінімальна кодова відстань для будь-якої дозволеної кодової послідовності, побудованої на основі ІКВ, визначається співвідношенням

$$d_{\min} = 2(n - R) \quad (3)$$

Кількість помилок, які можна виявити t_1 , за допомогою циклічного коду визначається мінімальною кодовою відстанню d_{\min} :

$$t_1 \leq d_{\min} - 1. \quad (4)$$

Кількість помилок, які можна виправити t_2 за допомогою циклічного коду

$$t_2 \leq (t_1 - 1)/2 \quad (5)$$

Із формул (3)–(5) випливають основні залежності для обчислення кількості виявлених та виправлених помилок для циклічного коду, у якому не задіяні вищезгадані ізоморфні послідовності, а також їхні інверсні та дзеркальні комбінації

$$t_1 \leq 2(n - R) - 1. \quad (6)$$

$$t_2 \leq n - R - 1 \quad (7)$$

Для циклічного коду, в якому використані як основні, так й інверсні комбінації, його завадостійкість впливає із таких залежностей [1]:

$$d_{1,2} = S_n - 2(n - R) \quad (8)$$

$$t_1 \leq 2(n - R) - 1, \quad \text{якщо } S_n \geq 4(n - R) \quad (9)$$

$$t_1 \leq S_n - 2(n - R) - 1, \quad \text{якщо } S_n < 4(n - R) \quad (10)$$

$$t_2 \leq n - R - 1, \quad \text{якщо } S_n \geq 4(n - R) \quad (11)$$

$$t_2 \leq [S_n - 2(n - R + 1)]/2, \quad \text{якщо } S_n < 4(n - R) \quad (12)$$

З вищенаведених залежностей впливає можливість збільшення потужності циклічних ІКВ кодів вдвічі лише за рахунок використання інверсних комбінацій практично без зменшення завадостійкості коду. Значно складніше встановити аналітичні залежності для циклічних кодів, кількість дозволених комбінацій яких збільшується за рахунок використання ізоморфних варіантів ІКВ та дзеркальних послідовностей. Тому актуальним постає питання дослідження завадостійкості циклічних та монолітних ІКВ-кодів, збагачених їхніми ізоморфними варіантами, рівно ж інверсними та дзеркальними кодовими послідовностями із залученням комп'ютерного моделювання.

Дослідження завадостійкості кодів

Дослідження циклічного та монолітного ІКВ-кодів передбачає розроблення алгоритмічно-програмного інструментарію для машинного синтезу ІКВ-кодів та комп'ютерного моделювання процесу пересилання повідомлень каналами зв'язку з імітацією різного виду перешкод й здійсненні обліку кількості виявлених та виправлених помилок.

Розроблена програма, яка дозволяє на основі зібраних статистичних даних здійснювати верифікацію аналітичних досліджень та оцінювати коректувальну спроможність та ефективність кодів, побудованих на основі ІКВ, збагачених ізоморфними варіантами, рівно ж інверсними та дзеркальними кодовими послідовностями.

Створена програма для побудови циклічних кодів на основі ІКВ в чотири рази вищої потужності (з врахуванням вищезгаданих перетворень) дає змогу досліджувати ефективність циклічних кодів за допомогою побудови відповідних графіків, що дозволяє глибше вивчати можливості поліпшення характеристик завадостійких циклічних кодів.

На рис. 1 наведено вікно статистичних результатів дослідження завадостійкості циклічного та монолітного ІКВ-кодів з ілюстрацією характеристики кількості виправлених помилок.

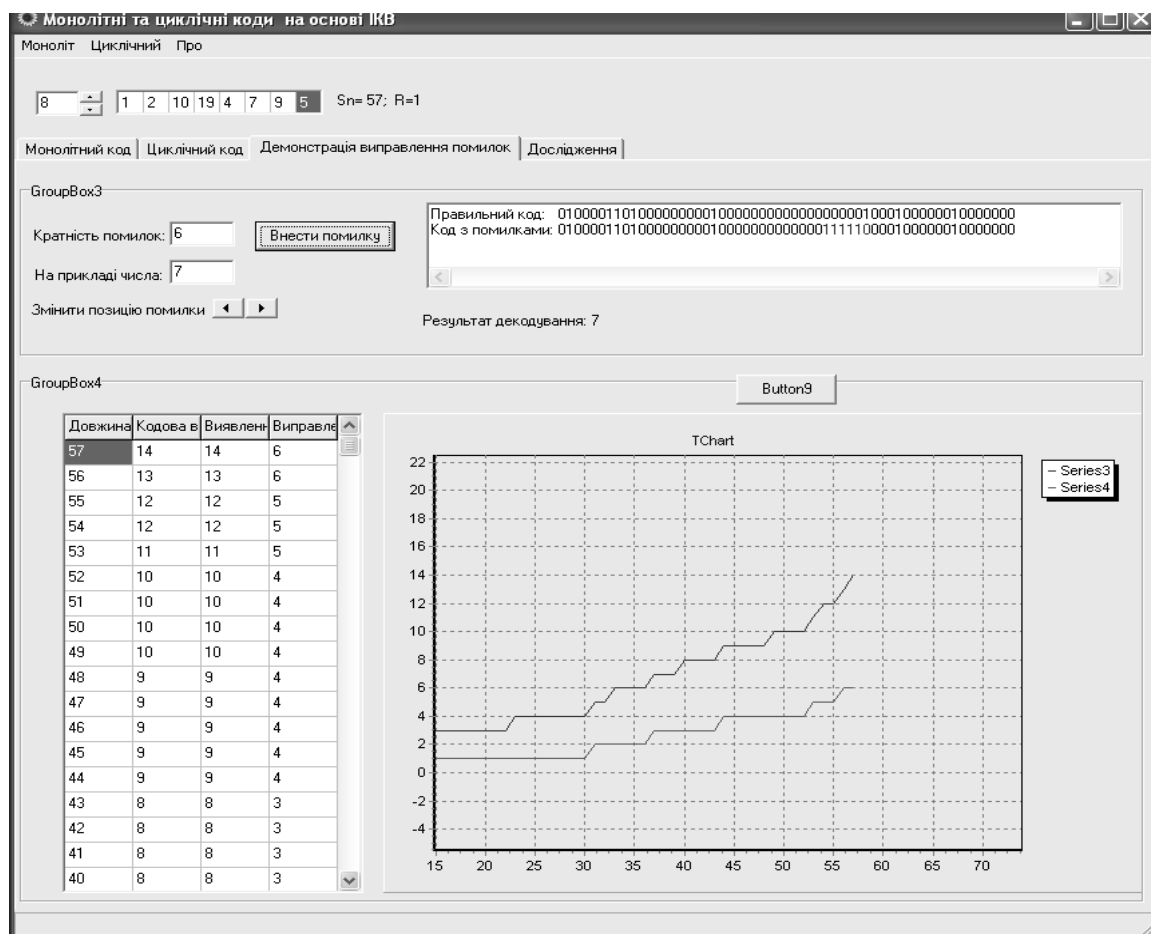


Рис. 1. Вікно статистичних результатів дослідження завадостійкості циклічного та монолітного ІКВ-кодів з ілюстрацією характеристики кількості виправлених помилок

На рис. 2 наведено графік відхилення величини кодової відстані відносно теоретичного значення для досліджуваних кодів, побудованих на основі ІКВ 6-го порядку. У чотирьох секціях (зліва направо) показані відхилення: для основного (секція 1), інверсного (секція 2), дзеркального відносно основного (секція 3) і дзеркального відносно інверсного (секція 4). Різкий сплеск (секція 2) пов'язаний зі зміною усіх символів на протилежні для однієї з пар порівнюваних кодових комбінацій, обраних з різних секцій. Доповнивши основний код інверсними та дзеркальними матрицями, у чотири рази зростає потужність об'єднаного коду, але мінімальна кодова відстань становить 80 % відносно теоретичного значення, обчисленого для основного коду.

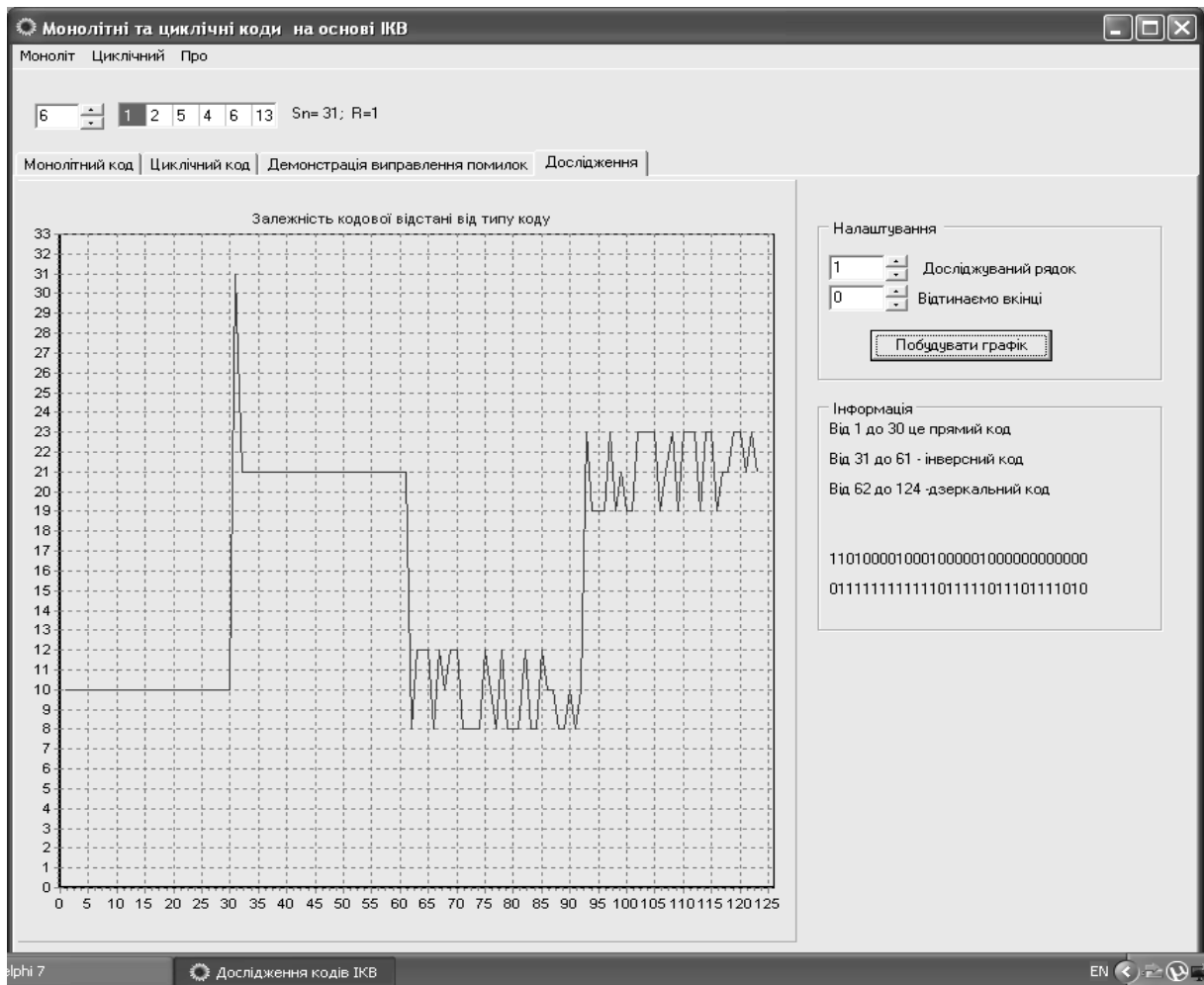


Рис. 2. Графік відхилення величини кодової відстані відносно теоретичного значення для досліджуваних кодів, побудованих на основі ІКВ шостого порядку

Дослідження завадостійкості коду, побудованого на основі ІКВ з доповненням комбінаціями дзеркального відображення, показав, що близько 45 % комбінацій дзеркального коду можуть бути придатні для коректування помилок. Отже, потужність завадостійких циклічних кодів можна збільшувати вдвічі й більше введенням інверсних й дзеркальних перетворень основного коду. До того ж потрібно дотримуватися компромісу щодо обраної кількості дозволених кодових комбінацій та вимогами до завадостійкості циклічного коду.

Висновки

Розроблена програма дозволяє на основі зібраних статистичних даних здійснювати верифікацію аналітичних досліджень та оцінювати коректувальну спроможність та ефективність кодів, побудованих на основі ІКВ, збагачених ізоморфними варіантами, рівно ж інверсними та дзеркальними кодовими послідовностями. Програма для побудови циклічних кодів на основі ІКВ та дослідження їхньої коректувальної здатності дасть змогу розробляти системи кодування вищої потужності (з врахуванням вищезгаданих перетворень). Результати дослідження показують, що потужність завадостійких циклічних кодів можна збільшувати вдвічі й більше введенням інверсних й дзеркальних перетворень основного коду. Необхідно дотримуватися компромісу щодо обраної кількості дозволених кодових комбінацій та вимогами до завадостійкості.

1. Різник В.В. Синтез оптимальних комбінаторних систем. – Львів: Вища школа, 1989. – 168 с.
2. Питерсон У., Уелдон Э. Коды, исправляющие ошибки: Пер.с англ. / Под ред. Р.Л. Добрушина, С.И. Самойленко. – М: Мир, 1976. –594 с.